유전율 ϵ과 투자율 μ

① 유전율 [誘電率, permittivity, dielectric Constant]

유전체 매질에 전기장 벡터 $\vec{E}$가 존재하는 경우, 매질 내부에서의 구속전하(원자핵과 그 주변의 전자)들은 국부적인 전기 쌍극자 모멘트(a local electric dipole moment)에 의하여 분극밀도 벡터 $\vec{P}$를 발생시킨다. 그러므로 전류를 구성하는 전류밀도 $\vec{J_T}$는 다음과 같은 성분으로 이루어진다.

$\vec{J_T} = \vec{J_c} + \vec{J_p}$

$\vec{J_c} = \rho \vec{v}$: (conduction current) 전자의 흐름에 의한 전류

$\vec{J_p} = \dfrac{\partial \vec{P}}{\partial t}$: (polarization current) 매질의 전기쌍극자 분극에 의한 전류

맥스웰은 분극에 의한 전류항을 방정식에 대입하여 다음과 같이 정리하였다.

$$\nabla \times \frac{\vec{B}}{\mu_0} = \vec{J_T} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

전류밀도 $\vec{J_T}$를 대입하여 정리하면

$$\nabla \times \frac{\vec{B}}{\mu_0} = \vec{J_c} + \vec{J_p} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \frac{\vec{B}}{\mu_0} = \vec{J_c} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \frac{\vec{B}}{\mu_0} = \vec{J_c} + \frac{\partial}{\partial t}(\vec{P} + \epsilon_0 \vec{E})$$

위의 결과 식으로부터 맥스웰은 다음과 같은 전기변위장 벡터 $\vec{D}$를 정의하였다.

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

전기변위장 벡터는 전기장을 만드는 전하량과 관계되는 양이다. 따라서 일정한 전하량이 있을 경우 유전율이 높을수록 전기장은 작아진다. 이는 유전체내에서 유전분극이 증가함을 의미한다. 유전분극 $\vec{P}$는 다음과 같이 정의된다.

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}$$

여기서, 전기감수율 χ(카이)와 유전율 ϵ(엡실론)의 관계는 다음과 같다.

$$\epsilon = \epsilon_0 (\chi + 1)$$

즉, 전기감수율이 높을수록 유전분극이 증가하고, 유전율이 증가하면 전기장은 작아진다. 진공에서 유전율을 특별히 ϵ_0로 표시하며 다음과 같이 정의된다.

$$\epsilon_0 = \frac{1}{c^2 \mu_0} = 8.8542 \times 10^{-12} \ \ [F/m]$$

여기서 c는 빛의 속도이고, μ_0(뮤 제로)는 진공의 투자율이다. F는 패러드로 축전용량을 나타내고 m은 길이의 단위 미터이다. 진공에서의 유전율은 완전한 진공을 만들 수 없기 때문에 측정할 수 없으며 플랑크와 같은 사람들의 연구를 통하여 계산된 값이다.

매질에서의 유전율과 진공에서의 유전율에 대한 비율을 유전상수(dielectric constant) ϵ_r이라 하고 다음과 같이 정의한다.

$$\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0, \qquad \epsilon = \epsilon_0 (\chi + 1) \qquad \epsilon_r = 1 + \chi$$

유전체의 유전율 = 진공유전율 * 비유전율(=상대유전상수)

공기의 유전상수는 1.0005, 테프론 2, 종이는 3, 석영유리 3.5-4.0, 운모 6.0-8.0, 암염 5.9, 고무는 7, 비닐은 5-8, 규소 11.7, 메탄올은 30, 물은 80, 티탄산바륨 3000-5000의 값을 가진다.

전하를 저장하는데 사용되는 장치를 축전기(capacitor)라고 부른다. 일반적으로 이들은 반대부호의 전하로 대전된 두 이웃한 도체로 이루어진다. 우리가 "축전기의 전하량이 Q다."라고 할 때, 이는 축전기의 한 도체가 +Q, 나머지 도체가 -Q의 전하를 띠고 있다는 뜻이 된다. 이와 같이 전하를 저장할 수 있는 능력을 전기용량(capacitance)이라 한다. 전기용량은 축전기의 형태와 사용된 절연체의 재료에 의해 결정된다. 축전기의 두 판사이의 전위차를 V, 충전 전하량을 Q라고 할 때, 전위차 V에 대한 전하 Q의 비례상수를 축전기의 전기용량 C라 하는데 다음과 같은 관계를 가진다.

$$C = Q/V$$

단위로는 Q는 [Coulomb], V는 [Volt]로 주어지므로 C의 단위는 [Coulomb/Volt]가 된다. 이 C의 단위는 Michael Faraday의 이름을 따서 [Farad]라고 한다.

축전기의 두 판 사이에 절연체가 삽입되면 축전기의 전기용량은 증가하게 된다. 이런 절연체들을 유전물질 또는 유전체(dielectric)라고 한다. 이러한 유전체가 있음으로써 축전기의 전기용량이 증가할 뿐만 아니라 훨씬 높은 전압에도 축전기가 견딜 수 있게 된다. 이 축전기의 전기용량이 증가하는 효과는 유전체의 분극성(Polarization)에서 기인하는데, 원자나 분자로 이루어진 유전체는 평상시에는 전기적으로 중성이지만 전기장 속에 놓이게 되면 분극현상이 일어납니다. 즉 전자는 축전기의 +극으로 대전된 판 쪽으로 이끌리게 되고 핵은 -극으로 대전된 판 쪽으로 이끌리게 된다. 이에 의해 전기장 $\vec{E_i}$가 원래의 전기장 $\vec{E}$의 반대방향으로 생성됩니다. 즉, 유전체 외부에서 전기장을 가하면 유전분극 현상이 일어나 가해진 외부 전기장에 반대방향으로 분극에 의한 전기장이 생긴다. 결과적으로 유전체 내부에서는 전기장 세기가 작아진다. 이때 작아진 비율이 유전율이다. 유전율이 높다는 것은 절연성능이 우수한다는 것을 의미한다. 즉, 유전율은 전기장이 지나갈 때 얼마나 잘 지나가는지, 상쇄되진 않는지 결정해주는 물리량이다. 또한, 유전율을 분극이 얼마나 잘 일어나는지에 대한 정도를 나타내준다.

② 투자율 [透磁率, magnetic permeability]

자기장 $\overrightarrow{B}$가 매질에 인가될 때, 매질 내부에서 매질의 자기장에 대하여 회전 반응하면서 자화 벡터 $\overrightarrow{M}$이 발생하게 된다. 이로부터 자하전류 $\vec{J}_m$이 발생하는데 관계식은 다음과 같다.

$$\nabla \times \overrightarrow{M} = \vec{J}_m$$

자기장을 구성하는 전류밀도는 다음과 같이 구성된다.

$\vec{J}_T = \vec{J}_c + \vec{J}_m$

$\vec{J}_c = \rho \vec{v}$: (conduction current) 전자의 흐름에 의한 전류

$\vec{J}_m = \nabla \times \overrightarrow{M}$: (magnetization current) 매질의 자하에 의한 구속전류

맥스웰 방정식의 결과 식을 쓰면 아래와 같다.

$$\nabla \times \frac{\overrightarrow{B}}{\mu_0} = \vec{J}_T + \frac{\partial \overrightarrow{D}}{\partial t}$$

전류밀도 $\vec{J}_T$를 대입하여 정리하면

$$\nabla \times \frac{\overrightarrow{B}}{\mu_0} = \vec{J}_c + \vec{J}_m + \frac{\partial \overrightarrow{D}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \frac{\overrightarrow{B}}{\mu_0} = \vec{J}_c + \nabla \times \overrightarrow{M} + \frac{\partial \overrightarrow{D}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \left(\frac{\overrightarrow{B}}{\mu_0} - \overrightarrow{M}\right) = \vec{J}_c + \frac{\partial \overrightarrow{D}}{\partial t}$$

맥스웰은 다음과 같은 새로운 벡터 $\overrightarrow{H}$를 정의하였다.

$$\overrightarrow{H} = \frac{\overrightarrow{B}}{\mu_0} - \overrightarrow{M}$$

자성체가 존재하지 않는 자유공간에서는 자하매질이 없으므로 자하 벡터 $\overrightarrow{M}$는 0이 된다.

일반적으로 전자석을 만들 때, 불에 달구어 식힌 못에 코일을 감아서 건전지를 연결한다. 이때 못이 있는 것과 없는 것은 엄청난 차이가 생긴다. 자기장을 만드는 것은 전류가 흐르는 코

일이지만, 그 안에 들어있는 못이 코일이 만든 자기장에 의해 자화가 되기 때문이다. 자화된 못이 만드는 자기장은 코일이 만드는 자기장보다 훨씬 크다. 솔레노이드 코일의 중심에서의 자기장은 아래와 같이 코일이 만드는 자기장과 자화된 못이 만드는 자기장의 합이 된다.

$$\vec{B} = \vec{B}_{app} + \mu_0 \vec{M}$$

여기서

$\vec{B}_{app} = \mu_0 NL$ 전류가 흐르는 솔레노이드에 의한 자기장

$\mu_0 \vec{M}$: 못의 자화에 의한 자기장(강자성체의 경우, $\vec{B}_{app}$보다 수 천배 커질 수 있음)

$\vec{M}$: 외부자기장에 의해서 매질이 자화(자기쌍극자가 일렬로 배열되어 자석처럼 되는 현상)의 정도를 의미하는 것으로 단위부피당 알짜 자기쌍극자모멘트로 주어지며, $\vec{M} = \chi m(\frac{\vec{B}_{app}}{\mu_0})$의 수식으로 정의 됨. 여기서, χm은 차원이 없는 양으로 자화율(magnetic susceptibility)이라고 한다.

자기장의 세기와 관련된 수식을 정리하면 다음과 같다.

$$\vec{B} = \vec{B}_{app} + \mu_0 \vec{M} = \vec{B}_{app} + \chi m \vec{B}_{app} = \vec{B}_{app}(1+\chi m) = \mu_0 NL(1+\chi m) = \mu NL$$

여기서, $\mu = \mu_0(1+\chi m)$를 매질의 투자율이라고 한다. 상대투자율을 K_m이라고 하면 다음과 같은 식이 성립한다.

$$K_m = \mu/\mu_0 = (1+\chi m) = \vec{B}/\vec{B}_{app}$$

상대 투자율(relative permeability) K_m은 임의의 매질의 투자율 μ와 진공 중에서의 투자율 μ_0 사이의 비를 나타낸다. 이 값의 외부자기장($\vec{B}_{app}$)과 매질의 자화에 의해 생기는 매질 내부의 자기장에 대한 상대적인 비를 의미한다. 즉, 투자율이 크다는 것은 솔레노이드 속에 들어있는 물질이 자화가 잘 된다는 것을 의미한다. 투자율 μ_0의 단위와 같은 다음과 같다.

SI 단위계에서 $[weber/ampere.meter]$=$[Henry/meter]$이다.

$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \quad [T{\cdot}m/A]$

투자율은 자기장이 투과할 수 있는 가능성의 정도를 설명해 주는 물리량이다. 자기장의 영향을 받아 자화할 때에 생기는 자기력선속밀도(磁氣力線束密度)와 자기장의 진공 중에서의 세기의 비를 말한다. 보통의 물질, 즉 상자성체(常磁性體), 반자성체에서는 거의 1에 가깝고, 그 값도 물질의 종류에 따라 정해지는데, 철 등의 강자성체나 페리자성체 등에서는 매우 큰 값을

가진다. 이들 값은 자성체의 자기적인 이력(履歷)이나 자기장의 세기에 따라 변한다.

매질이 자화되는 이유는 원자 단위로 생각하여야 한다. 자석은 일정한 원자배열로써 전자가 돌면서 자기력선을 형성하게 된다. 이때 그 전자의 방향이 거의 일치 되어서 한쪽 방향은 N극을 또 다른 방향은 S극을 가지게 된다. 이러한 이유로 자석은 쪼개도 N극과 S극이 공존하게 된다. 자화되지 않는 물질들은 원자배열이 불안정하여 전자가 원자핵을 돌아도 자기장이 상쇄되면서 자체 자기력선을 만들지 못하기 때문이다.

자속밀도란 단위면적당 투과되는 자기력선의 수를 의미하기 때문에, 인가한 자기력선에 비해 자속밀도가 높고 낮음을 투자율이라는 상수로 표현하고 있는 것으로, 자성체에 자기력선을 투과시킬 때 자성체 내부에 존재하는 자기력선이 얼마만큼의 밀도를 가지게 되느냐를 말하는 것입니다. 자기장이 어떤 매질에 있을 때, 투자율 μ가 매질에 따라 다르기 때문에 자기장의 세기를 나타내기 위한 새로운 벡터 $\vec{H}$를 정의하여 사용한다.

③ 빛의 속도 c

빛의 속도(모든 종류의 전자기파의 속도)는 진공에서 정확히 초속 299,792,458 미터이다. 이 속도는 1초에 지구를 일곱 바퀴 반을 돌 수 있고 지구에서 달까지 가는 데는 약 1.4초 정도 걸린다. 태양까지는 약 8분 12초 거리이다. 이는 측정치가 아니라 미터의 정의에 의한 것이다. 진공에서 빛의 속도를 흔히 c로 표현한다.

맥스웰의 이론에 의하면 빛의 속도는 다음과 같이 주어진다.

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

여기서 ϵ_0와 μ_0는 각각 진공의 유전율(permittivity)과 투자율(permeability)이고 다음과 같이 정의된다.

$$\epsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2} = \frac{10^7}{4\pi c^2} \qquad [A^2 s^4 kg^{-1} m^{-3}],\ [Fm^{-1}]$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \qquad [kg\,ms^{-2} A^{-2}],\ [NA^{-2}]$$

이는 움직이거나 정지한 관측자에 관계없이 일정하다. 이 같은 사실에서 특수 상대론이 출현했다. 빛의 속도를 측정한 중요한 실험은 다음과 같다.

► 갈릴레오 갈릴레이의 실험 : 멀리 떨어진 두 관측자 A, B가 있을 때, A가 보낸 빛을 B가 본 즉시 다시 보내어 A가 볼 때의 시간차를 측정했으나 빛의 속도가 너무 빨라서 유한한 값을 얻지 못했다. 이러한 이유로 한때는 빛의 속도가 무한하거나 그 당시의 기술로는 잴 수 없을 만큼 빠르다고 생각했다.

► 1676년 덴마크의 뢰머의 실험 : 목성의 위성 이오가 지구에서 관측했을 때 목성의 그림자 속에서 들어가는 현상을 발견하였다. 이에 그 시간을 예측하였으나 예측한 시간보다 약 22분 (실제로는 16분 36초) 늦게 위성이 목성의 그림자 속으로 들어갔다고 한다. (1000 초 정도) 이것은 빛이 지구에 오는 동안 지구가 공전하여 생기는 거리(지구가 목성과 가까워 질 때의 거리와 멀어질 때의 거리 차이)의 차이 때문이라고 예측하고 최초로 광속도를 과학적으로 측정하였다. 측정 속도는 2.10×10^^{8} m/s(현재의 측정값에 비해 30% 오차)였다.
► 피조의 실험 : 회전하는 톱니바퀴를 이용해 특정 진동수에서 눈에 어둡게 보인다는 것을 알아내었다. 이 결과를 통해 빛의 속도를 구하였다. 측정 속도는 3.18×10^^{8} m/s (현재의 측정값에 비해 10% 오차)였다.
► 마이켈슨-몰리의 실험 : 빛의 간섭을 이용하여 실험. 빛의 방향을 바꾸어 가면서 지구 자전의 영향을 측정했으나 무관한 것으로 결론지었다. 현재 가장 정확한 실험은 마이켈슨-몰리 실험의 변형이다. 측정 속도는 대략 2.99792458×10^^{8} m/s이다.