여유자유도 역기구학 해석

KITECH 양광웅 작성
Page365@gmail.com

여유자유도(redundancy)란 매니퓰레이터의 자코비안 행렬에서 열의 수가 행의 수보다 많을 때를 말하며, 무한한 역기구학 해가 존재하게 된다.
즉, 여유자유도는 주어진 작업 공간 자유도 이상의 관절 공간 자유도를 보유한 경우를 의미하며, 이 경우 주어진 작업을 수행하고 남는 자유도를 활용하여 추가적인 작업(관절 공간 제한 회피, 특이점 회피, 충돌 회피)이 가능하다.

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^{\dagger}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{p}} + (\mathbf{I} - \mathbf{J}^{\dagger}(\mathbf{q})\mathbf{J}(\mathbf{q}))\dot{\mathbf{q}}_{\mathbf{0}}$$

$\dot{\mathbf{q}}$ 는 관절의 속도 벡터이고, $(\mathbf{I} - \mathbf{J}^{\dagger}(\mathbf{q})\mathbf{J}(\mathbf{q}))$ 는 $\mathbf{J}(\mathbf{q})$ 의 영공간(null space)으로 투영하는 하는 투영기다.
$\dot{\mathbf{p}}$ 이 0인 경우, $(\mathbf{I} - \mathbf{J}^{+}(\mathbf{q})\mathbf{J}(\mathbf{q}))\dot{\mathbf{q}}_{\mathbf{0}}$ 에 의해 내부 동작(internal motion)의 발생이 가능하여 말단장치(end effector)의 위치나 자세의 변화 없이 매니퓰레이터의 모양을 변경할 수 있다.

여유자유도의 활용

여유자유도를 활용하기 위하여 $\dot{\mathbf{q}}_{\mathbf{0}}$ 벡터를 정의하는 다양한 방법이 있는데, 다음과 같은 선택이 가능하다.

$$\dot{\mathbf{q}}_{\mathbf{0}} = k_0 \left(\frac{\partial w(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} \right)^T$$

$k_0 > 0$ 이고 $w(q)$ 는 관절 변수의 두 번째 목적 함수이다. 일반적으로 목적 함수는 다음과 같이 사용된다.

특이점(singular point)의 회피

$$w(q) = \sqrt{\det(\mathbf{J}(\mathbf{q})\mathbf{J}^{\mathbf{T}}(\mathbf{q}))}$$

작업지수(manipulability)를 측정하도록 $w(q)$ 를 정의하고, 이 값을 최대화 함으로서 특이점을 벗어날 수 있다.

관절한계(joint limit)의 극복

$$w(q) = -\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{q_i - \bar{q}_i}{q_{iM} - q_{im}}\right)^2$$

q_{iM} q_{im} 은 관절 한계의 최대 최소 값이고 $\bar{q}_i$ 는 관절 운동 범위의 중앙 값이다. 기구적 관절 한계로부터의 거리를 측정하도록 $w(q)$ 를 정의하고, 이 값을 최대화 함으로서 관절이 가능하면 관절 운동 범위의 중앙으로 오도록 할 수 있다.

장애물 회피

$$w(q) = \min\| p(q) - o \|$$

o 는 장애물의 위치 벡터이고 $\mathbf{p}$ 는 로봇 팔의 구조에 따른 점들의 위치 벡터이다. 장애물과의 거리를 측정하도록 $w(q)$ 를 정의하고, 이 값을 최대화 함으로서 장애물과의 충돌을 방지할 수있다.