제 5 장 관수로-2

5.1 관로시스템 및 관망흐름해석의 개요

• 관로시스템에는 등단면관수로, 부등단면관수로, 병렬관수로, 다지관수로와 복잡한 시스템인 관망 등이 있으며, 관로시스템이나 관망의 수리학적 해석은 관수로내 정상류 해석 방법에 기초

• 관수로내 정상류의 문제는 공학적인 해석 절차에 따라 대략 세 가지 유형으로 분류

(1) CASE-1

관로를 통한 유량(Q)이 주어지고 관의 특성제원(l, d, ε)이 주어졌을 때 관로의 임의 길이(l)에 걸친 손실수두(h_L) 혹은 압력강하량(Δp)을 구하는 문제

: 세 가지 유형 중 가장 간단한 경우로 Darcy-Weisbach 공식과 연속방정식 및 Moody 도표를 사용하여 해결 가능

(2) CASE-2

관로의 특성제원(l, d, ε)과 흐름을 가능하게 하는 전 수두차(H)가 주어졌을 때 관로를 통해 흐를 수 있는 유량(Q)을 구하는 문제

: Darcy-Weisbach 공식으로부터 평균유속(V)을 구하여 단면적(A)을 곱하여 유량(Q)을 결정

(3) CASE-3

관로의 두 단면간의 손실수두(h_L) 혹은 압력강하량(Δp)이 주어졌을 때 어떤 유량(Q)을 소통시키는데 필요한 관의 직경(d)을 구하는 문제

: Darcy-Weisbach 공식으로부터 평균유속(V)을 구해 유량(Q)을 평균유속(V)으로 나눔으로써 관의 소요단면적($\pi d^2/4$)을 계산하여 관경(d)을 결정

• Darcy-Weisbach 공식의 마찰손실계수(f)는 미지수인 평균유속(V)을 변수를 가지는 Reynolds수와 상대조도(ε/d)의 함수이기 때문에 평균유속(V)을 바로 계산할 수 없으므로 Moody 도표를 이용하는 시행착오법(trial and error method)에 의해서만 정확한 해석이 가능

• 근사해법으로 마찰손실계수(f)와 Manning의 조도계수(n)의 관계인 $f = 124.5\, n^2/d^{1/3}$를 이용하여 관의 조도계수 n으로부터 마찰손실계수 f를 직접 계산한 후 Darcy- Weisbach 공식에 의해 시행착오법에 의하지 않고 바로 풀이하는 것도 가능

• 이와 같은 근사해법은 f가 Reynolds수에 무관한 완전 난류흐름이고 관벽의 조도계수 n에 따라 일정한 값을 가지는 경우만 적용 가능한 방법이며 또한, 관벽의 조도계수 n은 실제 측정할 수 있는 물리량이 아니라 경험적으로 결정된 것으로 그 값의 정도에도 문제가 있으므로 원칙적으로 관로문제의 해석은 Moody 도표를 이용하는 방법이 정확한 방법

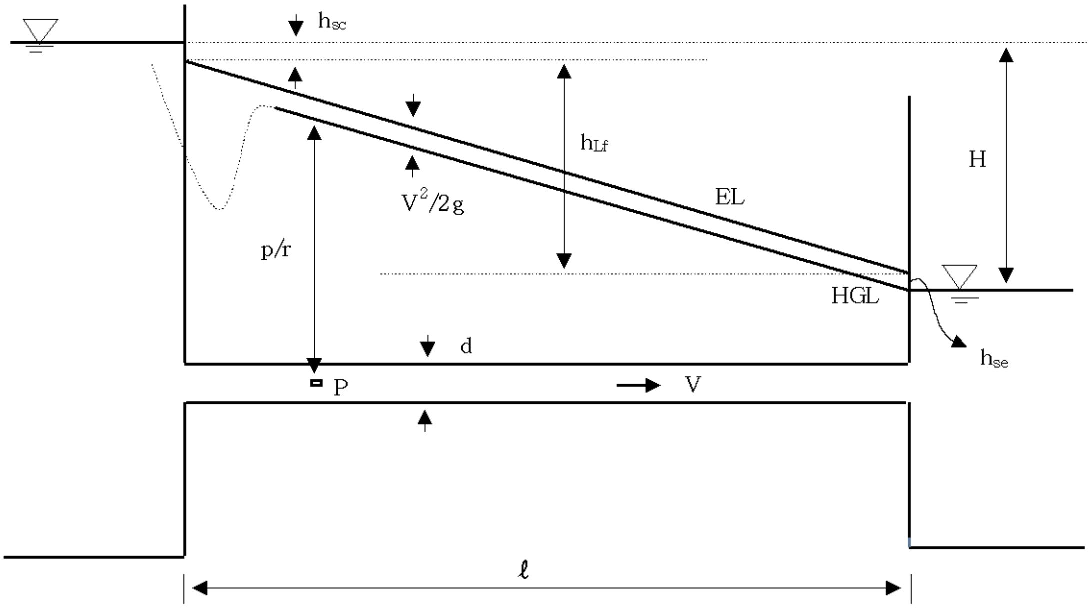
• 하지만, 근사해법은 시행착오 방법이 불필요하므로 계산 절차가 간단하고 실제 관로내의 흐름이 대부분 완전 난류상태로 흐르므로 실제 문제 해석에 많이 사용

5.2 단일관수로내의 흐름해석

• 단일관수로(single pipeline)는 관로가 분기 혹은 합류하지 않을 뿐만 아니라 관망을 형성하고 있는 한 가닥의 관수로를 의미

• 단일관수로의 형상은 등단면, 부등단면, 사이폰 등이 있음

가. 두 수조를 연결하는 등단면 관수로



• 수위차가 H인 두 수조가 직경 d, 길이 l인 관로로 연결되어 있을 때 이 관로를 통해 흐르는 유량을 구할 경우, 두 수조내의 수위는 일정하다고 가정하고 두 수조의 수면간의 Bernoulli 방정식을 수립하면 다음과 같이 표시

$$\frac{p_1}{\gamma} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\gamma} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_L + \Sigma h_m$$

여기서 두 수조의 수면에서의 압력과 유속은 모두 0이므로 $p_1 = p_2 = 0$, $V_1 = V_2 = 0$이며, h_L은 관을 통한 마찰손실수두, Σh_m은 미소손실의 합이므로 정리하면

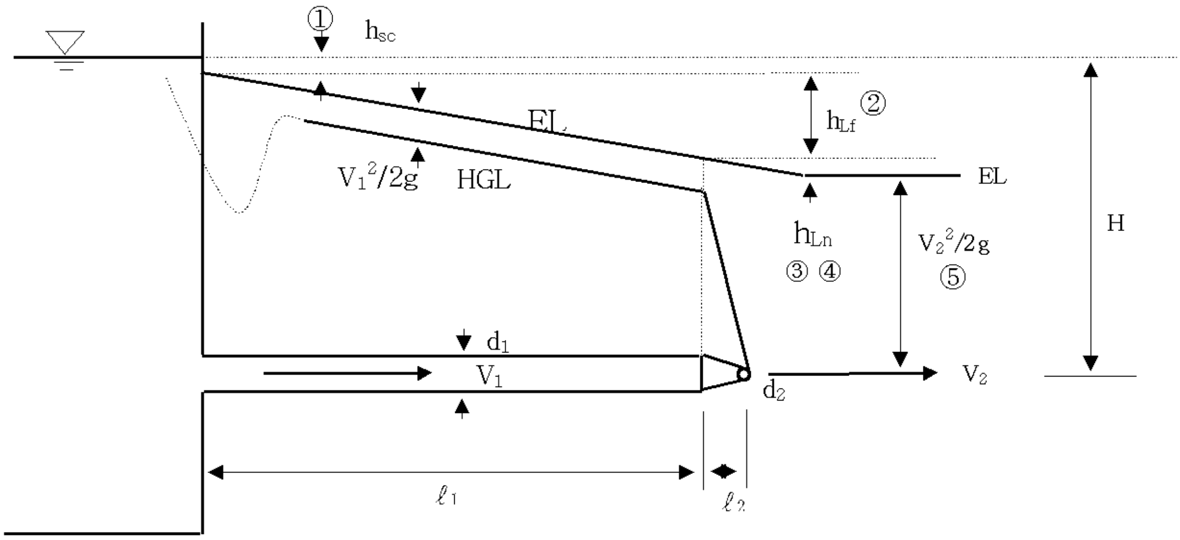
$$z_1 - z_2 = H = h_L + h_{Lsc} + h_{Lse}$$

$$\therefore \; H = \left(f\frac{l}{d} + 0.5 + 1.0\right)\frac{V^2}{2g}$$

• 상기 식은 물이 수면 1로부터 수면 2로 이동함에 따라 H만큼 수두를 잃게 되는데 이는 관 마찰손실과 미소손실인 단면 급축소 및 급확대 손실로 인한 것이라는 의미이며 이와 같은 에너지 관계는 위 그림의 에너지선이 도식적으로 설명

• 관의 길이가 길어지면 마찰손실의 손실의 대부분을 차지하는 것이 보통이므로 긴 관로상의 미소손실은 완전히 무시하여 계산을 단순화하는 경우도 있음

나. 수조에 연결된 노즐이 붙은 관



• 수조에 연결된 관의 끝에 노즐(nozzle)이 붙어 있을 경우 수조내 수면과 노즐 중심축간의 표고차 H는 단면 급축소손실, 마찰손실, 단면점축소 손실 및 출구부손실(K_{se}=1)의 합으로 표시

$$H = K_{sc}\frac{V_1^2}{2g} + f_1\frac{l_1}{d_1}\frac{v_1^2}{2g} + K_{gc}\frac{V_2^2}{2g} + f_2\frac{l_2}{d_2}\frac{V_2^2}{2g} + \frac{V_2^2}{2g}$$

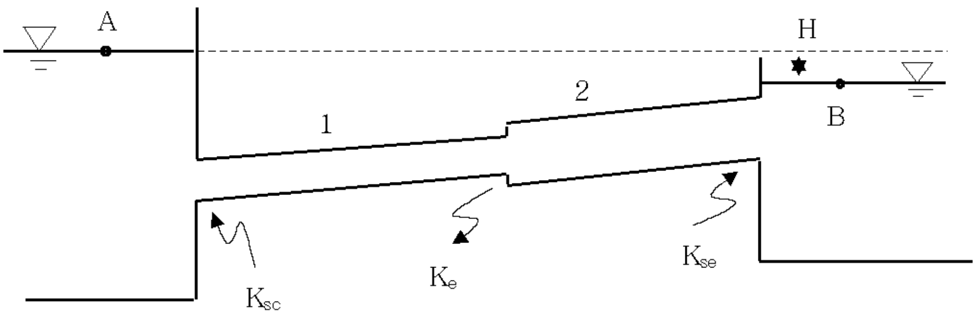
• 위 그림과 같은 노즐은 수력발전소의 수압철관(penstock)의 말단에 부착하여 터빈을 돌려 발전하는데 사용되는 경우이며, 이때의 주 관심사는 노즐을 통한 분사류에 의해 발생되는 동력

• 노즐로부터 분사되는 수맥의 단위무게당 에너지는 속도수두이며 이때 동력은 단위무게당 에너지인 속도수두에 중량유량(γQ)을 곱한 $P = \gamma Q\frac{V_2^2}{2g} = \gamma Q\left[H - \frac{f_1 l_1 Q^2}{2gd_1A_1^2}\right]$

• 동력이 최대로 될 조건은 $dP/dQ = 0$인 경우이므로 미분하면 정리하면 최대동력을 발생시키기 위한 조건은 $\frac{V_2^2}{2g} = \frac{2}{3}H$ 이고 이 조건을 만족시킬 수 있도록 관로와 노즐을 설계

다. 직렬 부등단면관수로

1) 문제유형 및 해법



• 관의 직경과 조도가 다른 두 관이 같이 직렬로 연결되어 압력차에 의해 물이 흐르는 관을 직렬 부등단면관수로라고 하며 전형적인 흐름 문제유형과 해법은 아래와 같음

• 문제유형 및 해법

(1) 주어진 유량을 흘리는데 소요되는 수두차 H ? : R, $\frac{\varepsilon}{d}$ → Moody 도표 → f_1, f_2

(2) 일정한 수두차 H가 주어졌을 때 관로를 통한 유량 ? : (시행 착오법) f_1, f_2 가정

• 위 그림의 A점과 B점 사이에 Bernoulli 방정식을 적용하면 수두차 H는 유입구손실, 관 1에서의 마찰손실, 단면급확대손실, 관 2에서의 마찰손실 및 유출구손실의 합으로 표시

$$H = K_{sc}\frac{V_1^2}{2g} + f_1\frac{l_1}{d_1}\frac{V_1^2}{2g} + \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g} + f_2\frac{l_2}{d_2}\frac{V_2^2}{2g} + K_{se}\frac{V_2^2}{2g}$$

$$= \frac{V_1^2}{2g}\left[K_{sc} + f_1\frac{l_1}{d_1} + \left\{1 - \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2\right\}^2 + f_2\frac{l_2}{d_2}\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^4 + K_{se}\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^4\right]$$

$$= \frac{V_1^2}{2g}\left[C_0 + C_1 f_1 + C_2 f_2\right]$$ 여기서, C_0, C_1, C_2는 계산될 수 있는 상수

• 관로를 통해 흐르는 유량을 알고 수두차 H를 구하는 문제라면 두 관의 Reynolds수와 상대조도를 각각 구하여 Moody 도표로부터 f_1, f_2값을 읽어서 위 식에 대입하여 H를 산출

• 수두차 H가 주어졌을 때 관로를 통한 유량을 알고자 할 때에는 시행착오법을 사용하여야 하므로, 를 우선 가정하여 V_1을 구한 후, 계산된 Reynolds수와 상대조도에 해당하는 f_1, f_2값을 계산하여 이를 가정치와 비교하여 두 값이 비슷해질 때까지 시산을 반복함으로써 정확한 V_1을 결정하여 유량을 계산

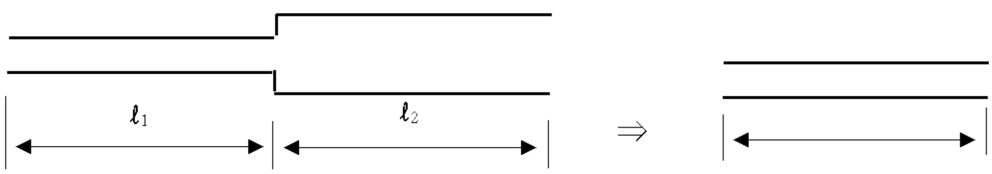
2) 등가길이관

• 직렬 부등단면관수로내 흐름 문제는 등가길이관(equivalent-length pipe) 개념을 사용하면 더욱 쉽게 해석 가능하며, 등가길이관이란 동일한 수두손실하에 같은 크기의 유량이 흐르는 두 관계통(pipe system)을 의미. 즉, 두 관이 등가길이 관이 되기 위한 조건으로 다음과 같음

$$h_{L1} = h_{L2} \quad , \quad Q_1 = Q_2$$

• Darcy-Weisbach 공식에 의해 관 1과 2의 손실수두가 같다면 $\frac{f_1 \ell_1}{d_1^5} = \frac{f_2 \ell_2}{d_2^5}$

• 관 2가 관 1의 등가길이 관이 되기 위해 필요한 길이는 $\ell_2 = \frac{f_1}{f_2}\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^5 \ell_1$



$$\ell_1 = \frac{f_2}{f_1}\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^5 \ell_2$$

• 직경이 다른 관이 직렬로 연결되어 있을 때 등단면 단일관수로로 대치하기 위해 타 관의 등가길이를 계산하는데 사용할 수 있으며 이는 흐름을 단순화

• 등가길이 관의 개념은 미소손실을 관마찰손실로 대치하는 데 사용될 수 있으며, 어떤 관계통에서 미소손실계수를 K_L, 관의 직경을 d, 등가길이를 l_e, 마찰손실계수를 f, 평균유속을 V라 하면 등가길이 관의 개념은 다음과 같이 표시

$$K_L \frac{V^2}{2g} = f \frac{l_e}{d} \frac{V^2}{2g}$$

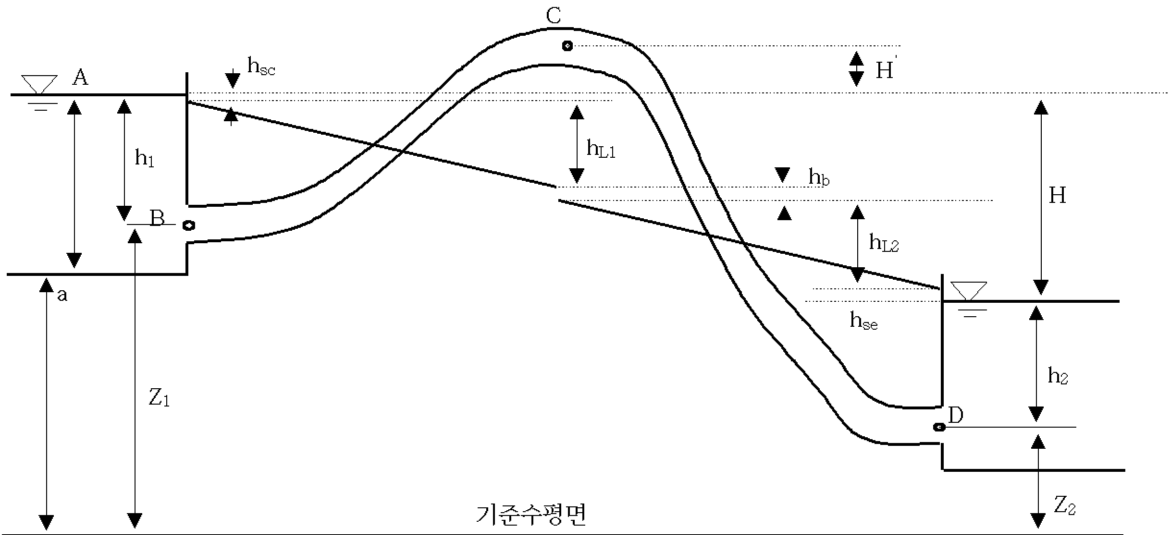
• 따라서, 미소손실을 대표하는 등가길이는 $l_e = \frac{K_L d}{f}$로 표시되며 이를 사용하면 미소손실을 마찰손실로 대치하기 위해 추가해 주어야 할 관의 길이를 결정하는 것이 가능

라. 펌프 혹은 터빈이 포함된 관수로

• 관로의 도중에 펌프 혹은 터빈이 포함되어 있을 경우 펌프는 흐름에 에너지를 가해 주며 터빈은 흐름이 가지는 에너지의 일부를 빼앗게 되므로, 펌프가 단위무게당 물에 가해 주는 에너지 즉, 수두를 E_P라 하고 터빈이 단위무게당 물로부터 얻는 에너지를 E_T라 하면 Bernoulli 방정식은 다음과 같이 표시

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + E_P = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_L + \Sigma h_m + E_T$$

마. 사이폰



• 유체를 동수경사선보다 높은 곳으로 끌어올린 후 낮은 곳으로 방출하는 관수로를 사이폰(siphon)이라 하며, 유체는 관수로 양단의 압력차에 의해 흐르는 것이므로 관로 도중에 높은 곳이 있다 하더라도 흐르는 것이 가능

• 동수경사선보다 위에 있는 부분의 관내 압력은 부압이라는 점이 일반 관수로와 상이하며, 사이폰의 기능은 정점부 부압의 크기에 제약을 받음

• 사이폰관의 직경을 d, 관 BC 및 CD의 길이를 각각 l_1, l_2라고 하고 유입구손실을 h_{Lsc}, C점의 만곡부손실을 h_{Lb}, D점의 유출구손실을 h_{Lse}, 관 마찰손실을 h_L이라 하고 두 수조 수면간에 Bernoulli 방정식을 적용하면 수두차는 다음과 같이 표시

$$H = h_{Lsc} + h_{L1} + h_{Lb} + h_{L2} + h_{Lse}$$

$$= \frac{V^2}{2g}\left(K_{sc} + f\frac{l_1}{d} + K_b + f\frac{l_2}{d} + K_{se}\right)$$

• 상기 식은 단일관수로의 흐름문제 중 첫 번째 혹은 두 번째 유형에 속하는 문제로 유량을 알면 수위차 H를 구할 수 있고 수위차를 알면 유속 V를 계산하여 사이폰을 통해 흐르는 유량의 산출이 가능

• 사이폰 정점부의 부압에 대한 안정성을 검토하기 위하여 C점의 압력을 구할 필요가 있으며, 수면 A와 단면 C 사이에 Bernoulli 방정식을 적용하면 다음과 같이 표시

$$z_a = \frac{p_c}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} + z_c + \left(K_{sc} + f\frac{l_1}{d} + K_b\right)\frac{V^2}{2g}$$

$$\frac{p_c}{\gamma} = (z_a - z_c) - \left(1 + K_{sc} + f\frac{l_1}{d} + K_b\right)\frac{V^2}{2g}$$

$$= H' - \frac{1 + K_{sc} + f\frac{l_1}{d} + K_b}{K_{sc} + f\frac{l_1}{d} + K_b + f\frac{l_2}{d} + K_{se}}H$$

$$= H' - \frac{C_2}{C_1}H \quad \text{(사이폰의 제원특성이 주어질 경우)}$$

여기서 H'은 상부 수조의 수면과 사이폰 정점부의 중심선 표고의 차, C_1, C_2는 각종 손실계수와 사이폰의 특성제원으로부터 계산되는 상수

• 상기 식 우변이 (-) 값을 가지면 사이폰 정점의 C에서의 압력은 부압(-압력)이 되며, 부압이 발생하는 경우라도 C점의 압력은 절대영압(absolute zero pressure) 이하로 될 수가 없으므로 사이폰 작용이 지속되는 동안 C점에 가능한 최대 부압수두는 대기압(p_a)에 해당하는 수두

$$\frac{p_c}{\gamma} = -\frac{p_a}{\gamma} = -\frac{1.013\times10^5}{9.8\times1,000} = -10.399\text{m (이론치)}$$

• 이 값은 이론적으로 사이폰 작용이 계속될 수 있는 한계압력수두인 한계부압이나, 실제로 원심력과 관 마찰저항 등의 영향을 받아 대기압 p_a의 약 80~90%에서 물이 흐르지 않게 되므로 이론치보다 약간 작은 $p_a/\gamma = 8\sim9$m를 한계치로 하여 사이폰을 설계

• 사이폰의 특성 제원이 주어졌을 때 사이폰의 기능을 제대로 유지하기 위한 H의 한계치는

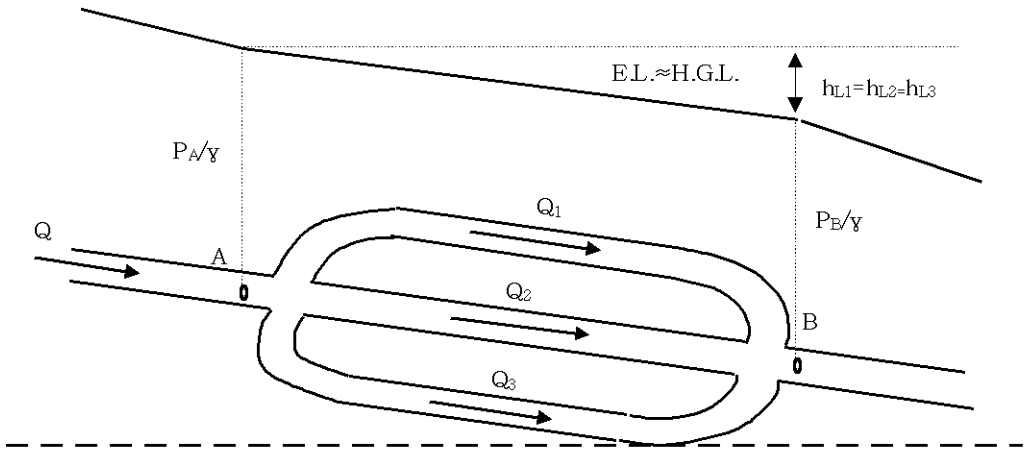
$$H_{max} = \frac{C_1}{C_2}\left(H' + \frac{p_a}{\gamma}\right)$$

5.3 복합관수로내의 흐름해석

• 관로의 설계에 있어서 여러 개의 관로가 서로 교차할 경우에는 단일관수로의 경우보다는 흐름해석이 비교적 복잡하며, 이러한 관수로를 복합관수로(multiple pipeline)라고 함. 복합관수로에는 병렬관수로, 분기 혹은 합류하는 다지관수로 및 관망 등이 있음

• 일반적으로 복합관수로내의 흐름 해석시 통상 속도수두, 미소손실 및 Reynolds수에 따른 마찰손실계수의 변화 등은 무시하며, 속도수두를 무시함으로써 에너지선과 동수경사선이 일치한다고 가정하고 계산

가. 병렬관수로



• 병렬관수로(parallel pipeline) : 하나의 관로가 도중에 여러 개의 관으로 분기되었다가 하류에서 다시 합류하는 관로

• 직렬관수로에서는 관로를 통한 유량은 일정하나 수두손실은 관의 연장에 걸쳐 누가되는 반면, 병렬관수로에서는 이와 반대로 수두손실은 각 병렬관로에서 일정하며 총유량은 각 병렬관로의 유량의 합

• 병렬관수로내의 흐름문제 해석시에는 미소손실과 속도수두는 통상 무시하므로 연속방정식과 Bernoulli 방정식은 다음과 같이 표시

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$h_{L1} = h_{L2} = h_{L3} = \left(\frac{p_A}{\gamma} + z_A\right) - \left(\frac{p_B}{\gamma} + z_B\right)$$

<병렬관수로내의 흐름문제 유형>

• 유형 1은 A점과 B점간의 손실수두를 알고 즉, 동수경사선의 위치를 알고 각 관의 유량을 결정하는 문제 : 단일관수로의 경우처럼 Darcy-Weisbach 공식으로부터 각 관의 평균유속을 계산하여 유량을 구하고 이를 더하여 총유량을 구할 수 있는 간단한 문제

• 유형 2는 총유량 Q가 주어졌을 때 각 관으로의 유량배분과 손실수두를 결정하는 문제

: 각 병렬관로의 유량 또는 손실수두를 전부 알지 못하므로 비교적 복잡하며 이러한 문제는 다음과 같은 절차로 해결

① 관 1을 통해 흐를 유량 Q_1'을 가정

② Q_1'이 흐를 때의 손실수두 h_{L1}'을 Darcy-Weisbach 공식으로 계산

③ 각 병렬관로의 손실수두는 동일하므로 $h_{L1}' = h_{L2}' = h_{L3}'$에서 Q_2'과 Q_3'을 계산

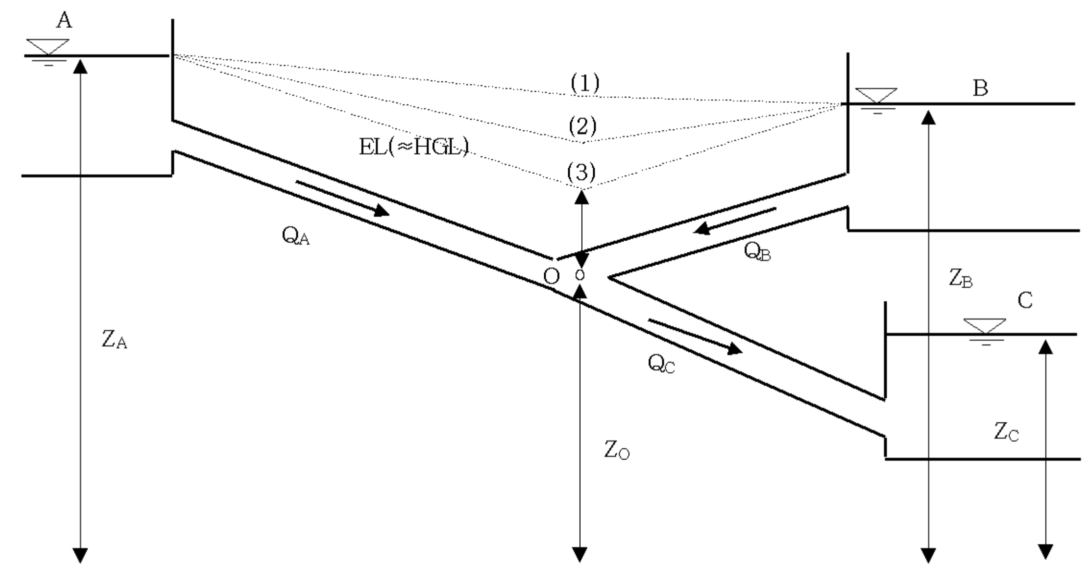
④ 총유량 Q를 가정에 따른 유량의 합인 $\Sigma Q' = Q_1' + Q_2' + Q_3'$에 대한 Q_1', Q_2', Q_3' 각각의 백분율비로 배분

$$Q_1 = \frac{Q_1'}{\Sigma Q'} Q\ , \quad Q_2 = \frac{Q_2'}{\Sigma Q'} Q\ , \quad Q_3 = \frac{Q_3'}{\Sigma Q'} Q$$

⑤ 이와 같이 계산된 Q_1, Q_2, Q_3에 대한 h_{L1}, h_{L2}, h_{L3}를 계산하여 서로 비슷한 값을 가지는지를 검사

• 상기와 같은 절차는 병렬관로 수에 관계없이 적용 가능하며 관 1의 직경, 길이, 조도계수 등을 타 병렬관로의 제원과 비교하여 Q_1'을 적절하게 가정하는 것이 중요

나. 다지관수로



• 한 개의 교차점(junction)을 갖는 여러 개의 관이 각각 서로 다른 수조 혹은 저수지에 연결되어 있는 관로가 다지관수로(branching pipeline)

• 다지관수로에서의 문제는 각 관로의 특성제원과 수조의 수면표고가 주어졌을 때 각 관을 통해 흐르는 유량을 결정하는 것으로서, A 수조로부터 B 및 C 수조로 물이 흐를 경우를 분기관수로, A 및 B 수조로부터 C 수조로 물이 흐를 경우를 합류관수로라 부르며 이는 교차점 O에서의 동수경사선의 위치에 따라 결정

• 다지관수로의 흐름 문제의 해석은 에너지선 또는 속도수두를 무시하므로 에너지선과 동일한 동수경사선을 사용하면 쉽게 해석 가능하며 여기서, 미소손실은 무시하거나 등가길이 관으로 환산하여 고려할 수도 있으며, 마찰손실계수 f는 통상 흐름이 완전난류 상태이므로 상대조도(ε/d)만의 함수로 가정

• 수조 A, B, C가 다지관수로로 연결되어 있을 경우 물이 흐를 수 있는 방향은 세 가지 경우

① 물이 A 수조로부터 B, C 수조로 흐를 경우

② 물이 A 수조로부터 C 수조로만 흐르고 B 수조에는 유입이나 유출이 없을 경우

③ 물이 A와 B 수조로부터 C 수조로 흐를 경우

• ①의 경우 연속방정식과 Bernoulli 방정식

$$Q_A = Q_B + Q_C$$

$$z_A - \left(z_O + \frac{p_O}{\gamma}\right) = f_A \frac{l_A}{d_A}\frac{V_A^2}{2g} \qquad \left(z_O + \frac{p_O}{\gamma}\right) - z_B = f_B \frac{l_B}{d_B}\frac{V_B^2}{2g} \qquad \left(z_O + \frac{p_O}{\gamma}\right) - z_C = f_C \frac{l_C}{d_C}\frac{V_C^2}{2g}$$

• ②의 경우 연속방정식과 Bernoulli 방정식

$$Q_A = Q_C \quad z_A - \left(z_O + \frac{p_O}{\gamma}\right) = f_A \frac{l_A}{d_A}\frac{V_A^2}{2g} \quad \left(z_O + \frac{p_O}{\gamma}\right) - z_C = f_C \frac{l_C}{d_C}\frac{V_C^2}{2g}$$

• ③의 경우 연속방정식과 Bernoulli 방정식

$$Q_A + Q_B = Q_C$$

$$z_A - \left(z_O + \frac{p_O}{\gamma}\right) = f_A \frac{l_A}{d_A}\frac{V_A^2}{2g}, \quad z_B - \left(z_O + \frac{p_O}{\gamma}\right) = f_B \frac{l_B}{d_B}\frac{V_B^2}{2g}, \quad \left(z_O + \frac{p_O}{\gamma}\right) - z_C = f_C \frac{l_C}{d_C}\frac{V_C^2}{2g}$$

• 주어진 문제가 상기 세 가지 경우 중 어느 것에 속할 것인가를 판단한 후, 관의 교차점(junction) O에서의 동수경사선(에너지선과 동일시)의 높이 $z_O + p_O/\gamma$를 가정함으로써 각 경우에 해당하는 Darcy-Weisbach 공식으로부터 유속을 계산하여 유량 Q를 계산하고 이 값을 해당 연속방정식에 대입시켜 연속방정식이 만족되는지 검사

• 만약, 연속방정식을 만족시키지 않으면 동수경사선의 높이를 다시 가정하여 여기서 얻어지는 유량으로 연속방정식을 만족시킬 때까지 반복 계산

• 다지관수로내의 흐름 문제는 상술한 바와 같이 교차점에서의 동수경사선의 위치를 가정하여 시행착오법으로 풀이하지 않고 연속방정식과 Bernoulli 방정식을 사용하여 해석적으로 풀이하는 것이 가능

• 물이 A 수조로부터 B, C 수조로 흐를 경우

$$Q_A = Q_B + Q_C \qquad \therefore \qquad d_A^2 V_A = d_B^2 V_B + d_C^2 V_C$$

$$z_A - z_B = f_A \frac{l_A}{d_A}\frac{V_A^2}{2g} + f_B \frac{l_B}{d_B}\frac{V_B^2}{2g} \qquad z_A - z_C = f_A \frac{l_A}{d_A}\frac{V_A^2}{2g} + f_C \frac{l_C}{d_C}\frac{V_C^2}{2g}$$

여기서 각 관의 특성제원과 수조의 수면표고가 주어지면 상기 3개의 방정식에는 3개의 미지수(V_A, V_B, V_C)가 포함되어 있으므로 해석적으로 계산 가능하며, 따라서 유량 Q_A, Q_B, Q_C의 산출이 가능

• 물이 A 수조로부터 C 수조로만 흐를 경우 : (2)의 경우

$Q_A = Q_C \quad \therefore \quad d_A^2 V_A = d_C^2 V_C$

$$z_A - z_C = f_A \frac{l_A}{d_A}\frac{V_A^2}{2g} + f_C \frac{l_C}{d_C}\frac{V_C^2}{2g}$$

여기서 $V_B = 0 (\therefore Q_B = 0)$인 경우이며, 2개의 방정식에는 2개의 미지수가 포함되어 있으므로 해석적으로 계산 가능

• 물이 A와 B 수조로부터 C 수조로 흐를 경우 : (3)의 경우

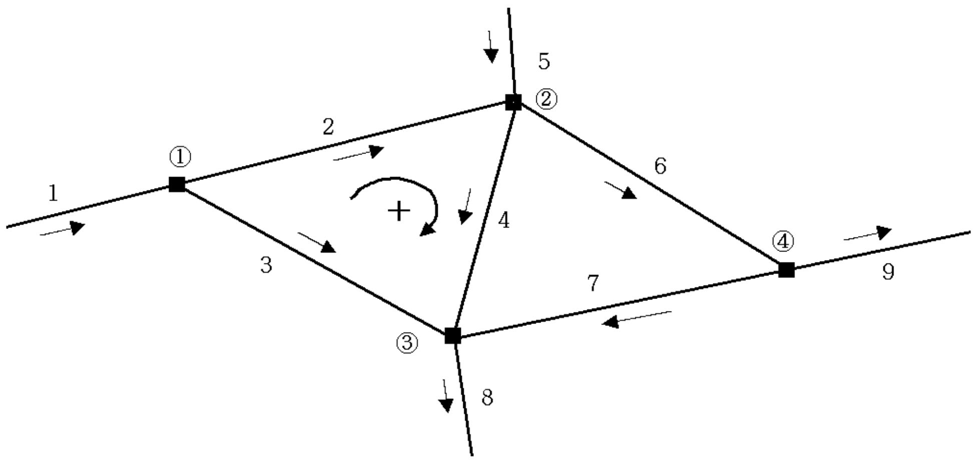
$Q_A + Q_B = Q_C \quad \therefore \quad d_A^2 V_A + d_B^2 V_B = d_C^2 V_C$

$$z_A - z_C = f_A \frac{l_A}{d_A}\frac{V_A^2}{2g} + f_C \frac{l_C}{d_C}\frac{V_C^2}{2g} \qquad z_B - z_C = f_B \frac{l_B}{d_B}\frac{V_B^2}{2g} + f_C \frac{l_C}{d_C}\frac{V_C^2}{2g}$$

여기서 3개의 방정식에는 3개의 미지수가 포함되어 있으므로 해석적으로 계산 가능

• 이와 같은 해석적 방법에 의해 다지관수로내 흐름 문제를 해석하고자 할 경우에는 어느 유형에 해당하는 문제인지를 사전에 알기 힘들므로 (1) 혹은 (3)의 경우로 가정하여 유량 Q_A, Q_B, Q_C가 모두 양(+)으로 계산되면 가정이 옳고 어느 하나라도 음(+)으로 계산되면 가정이 틀린 것이므로 흐름 방향을 수정하여 재계산해야 하며 $Q_B = 0$으로 계산되면 (2)의 유형의 문제

5.4 관망의 해석



• 도시지역의 생활용수나 공업용수 공급관처럼 여러 개의 관이 서로 복잡하게 연결되어 폐합회로(loop) 혹은 망(network)을 구성하는 복잡한 복합관수로를 관망(pipe network)

• 관망흐름문제의 해석은 관망이 수많은 관로로 복잡하게 연결되므로 간단하지 않으나 해석의 기본원리는 단일관수로나 다지관수로 등의 해석에서와 같이 연속방정식과 Bernoulli 방정식을 사용

• 따라서, 관망을 구성하는 각 폐합회로(loop)에 대한 일련의 연립방정식을 해석함으로써 각 관에 배분되는 유량과 관의 교차점(junction)에서의 수압을 계산하는 방식을 적용

• 관망해석을 위해서는 교차점 방정식과 폐합회로 방정식을 적용

1) 교차점 방정식(junction equation) : 질량보존법칙

관망을 형성하는 각 교차점에서는 유입되는 유량의 합과 유출되는 유량의 합이 동일해야 하는 조건 즉, $\Sigma Q=0$인 조건을 만족. 위 그림에서

① : $Q_1=Q_2+Q_3$ ② : $Q_2+Q_5=Q_4+Q_6$

③ : $Q_3+Q_4+Q_7=Q_8$ ④ : $Q_6=Q_7+Q_9$

2) 폐합회로 방정식(loop equation) : 에너지보존법칙

관망상의 임의의 두 교차점 사이에서 발생하는 손실수두의 크기는 두 교차점을 연결하는 경로에 관계없이 일정하므로, 어떤 폐합회로에서 발생하는 손실수두의 합은 0이 되어야 한다는 조건 즉, $\Sigma h_L=0$인 조건을 만족

$$h_{L2}+h_{L4}-h_{L3}=0,\quad h_{L6}+h_{L7}-h_{L4}=0$$

• 어떤 관망이 m개의 폐합회로(loop)와 n개의 교차점(junction)을 가지는 경우라면
⇒ m+n개의 연립방정식이 성립
⇒ n+m-1개의 관(pipes)이 있으므로 (n+m-1)개의 미지수(Q)가 성립

가. 손실수두와 유량과의 관계

• 관망해석을 위한 폐합회로 방정식을 세우기 위해서는 개개 관로의 손실수두를 계산해야 하며, Darcy-Weisbach 공식 또는 Hazen-Williams 공식을 이용하면 손실수두는 유량의 함수로 표시 가능

• Darcy-Weisbach 공식에서 손실수두 h_L은 유량의 제곱승인 Q^2과 비례 관계

$$h_L = f\frac{l}{d}\frac{V^2}{2g} = f\frac{l}{d}\frac{16}{2g(\pi d^2)^2}Q^2 = \frac{0.0828f\,l}{d^5}Q^2 = k_1Q^2$$

여기서 k_1은 각 관의 특성제원에 따라 결정되는 상수

• Hazen-Williams 공식의 손실수두 h_L은 유량의 1.85승인 $Q^{1.85}$와 비례 관계

$$h_L = \frac{133.5}{C_{HW}^{1.85}d^{0.167}V^{0.15}}\frac{l}{d}\frac{V^2}{2g} = \frac{6.811\,l}{C_{HW}^{1.85}d^{1.167}}\left(\frac{4Q}{\pi d^2}\right)^{1.85} = \frac{10.66\,l}{C_{HW}^{1.85}d^{4.867}}Q^{1.85} = k_2Q^{1.85}$$

여기서 k_2은 각 관의 특성제원에 따라 결정되는 상수

• 관망내 흐름해석에 사용되는 $h_L \sim Q$ 관계는 Darcy-Weisbach 공식 또는 평균유속 공식을 Chezy 공식이나 Manning 공식을 사용할 경우에는 $h_L \sim Q^2$, Hazen-Williams 공식을 사용할 경우에는 $h_L \sim Q^{1.85}$로 표시

• 따라서, $h_L \sim Q$ 관계 및 $f \sim Q$ 관계의 일반적인 형태는 다음과 같이 표시 가능

$$h_L = kQ^n\ ,\quad f = aQ^b$$

나. Hardy-Cross 방법에 의한 관망해석

• 관망내의 흐름문제를 해석적으로 풀이한다는 것은 실질적으로 불가능하므로 시행착오법인 Hardy-Cross 방법을 보통 사용

• Hardy-Cross 방법은 각 관의 교차점에서 교차점 방정식을 만족시키도록 유량을 가정한 다음, $h_L \sim Q$ 관계식을 이용하여 가정유량을 점차적으로 보정해 나감으로써 각 폐합관로내 유량을 평형시키는 방법

• Hardy-Cross 방법에 의한 관망 해석 절차

① 관망을 형성하고 있는 개개 관에 대한 $h_L \sim Q$ 관계를 수립

② 각 교차점에서 교차점방정식을 만족시킬 수 있도록 각 관의 유량 Q_0를 적절히 가정

③ 가정유량 Q_0가 각 관에 흐를 경우의 손실수두 $h_L = kQ_0^n$을 계산하고 폐합회로에 대한 손실수두의 합인 $\Sigma h_L = \Sigma(kQ_0^n)$을 계산한 후, $\Sigma h_L = 0$이 되면 가정유량이 실제유량과 일치하므로 작업을 종료하고 그렇지 않을 경우에는 가정유량을 보정

④ 가정유량을 보정하기 위해서는 각 폐합회로에 대하여 $\Sigma|knQ_0^{n-1}|$을 계산한 후, 가정유량 보정치 ΔQ는 다음과 같이 계산

$$\Delta Q = \frac{-\Sigma k\, Q_0^n}{\Sigma|k\, n\, Q_0^{n-1}|} = \frac{-\Sigma h_{L0}}{\Sigma|k\, n\, Q_0^{n-1}|}$$

- Darcy-Weisbach 공식을 사용하는 경우 $\Delta Q = \dfrac{-\Sigma k\, Q_0^2}{2\Sigma|k\, Q_0|} = \dfrac{-\Sigma h_{L0}}{2\Sigma|k\, Q_0|}$

- Hazen-Williams 공식을 사용하는 경우 $\Delta Q = \dfrac{-\Sigma k\, Q_0^{1.85}}{1.85\Sigma|k\, Q_0^{0.85}|} = \dfrac{-\Sigma h_{L0}}{1.85\Sigma|k\, Q_0^{0.85}|}$

⑤ 가정유량 보정치 ΔQ를 이용하여 각 관에서의 유량을 보정하고, ΔQ가 거의 0이 될 때까지 ②~⑤ 절차를 반복

5.5 관로시스템에서의 과도수리현상

• 관로시스템에서의 과도수리현상(hydraulic transient)은 관내의 흐름이 하나의 정상류상태(steady flow condition)에서 다른 정상류상태로 아주 짧은 시간에 변화하는 현상을 말하며, 이 시간동안에 관내 흐름은 그 특성이 공간적으로 뿐만 아니라 시간적으로도 변화하는 부정류상태(unsteady flow condition)

• 과도수리현상은 밸브에 의한 관수로내 흐름의 갑작스런 차단이라든지, 펌프의 시동 혹은 정지시 관로내 흐름의 갑작스런 변화 등으로 인해 발생되며, 통상 관로에 위험한 압력뿐만 아니라 소음, 피로, 공동현상(cavitation) 또는 공명현상 등을 동반하게 되며, 심할 경우 관로에 큰 피해를 끼치게 되므로 설계시 이에 대한 고려가 필요