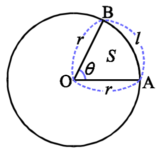
1. 일반각

시초선 OX 로부터 원점 O 를 중심으로 α° 만큼 회전이동한 위치에
동경 OP 가 있을 때, $\angle$XOP 의 크기를 나타내는 각들을
$360^\circ \times n + \alpha^\circ$ (n은 정수)
로 나타내고 OP 의 일반각이라 한다.

2. 라디안(rad)

반지름과 같은 길이의 호에 대한 중심각의
크기를 1 라디안이라 한다.



3. 호도법과 육십분법

1 라디안$=\dfrac{180^\circ}{\pi}$, $\quad 1^\circ = \dfrac{\pi}{180}$라디안

4. 부채꼴의 호의 길이와 넓이

반지름의 길이가 r 인 원에서 중심각이 θ 인
부채꼴의 호의 길이를 l, 넓이를 S라고 하면

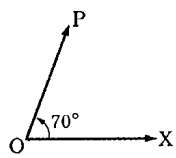
1) 부채꼴의 호의 길이 : $l = r\theta$

2) 부채꼴의 넓이 : $S = \dfrac{1}{2}r^2\theta = \dfrac{1}{2}rl$

1. 다음 각의 동경이 나타내는 일반각을 구하시오.

(1) 60° (2) 400°
(3) -120° (4) -380°

2. 오른쪽 글림에서 동경 OP가 나타내는 일반각의 크기를 θ라 할 때,
다음 중 θ가 될 수 없는 것은?



① 790° ② 430° ③ -300°
④ -650° ⑤ -1010°

3. 다음 보기의 각은 각각 몇 사분면에 있는지 구하시오.

<보 기>

ㄱ. $-150°$　ㄴ. $1010°$　ㄷ. $420°$　ㄹ. $-532°$

4. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $30° = \frac{\pi}{6}$　② $-135° = -\frac{3}{4}\pi$　③ $150° = \frac{5}{6}\pi$

④ $\frac{5}{3}\pi = 330°$　⑤ $\frac{3}{2}\pi = 270°$

5. 다음 각을 육십분법은 호도법으로, 호도법은 육십분법으로 나타내시오.

(1) $150°$　(2) $240°$

(3) $\frac{3}{5}\pi$　(4) $-\frac{\pi}{12}$

6. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르시오.

< 보 기 >

ㄱ. $\frac{30°}{\pi} = \frac{1}{6}$　ㄴ. $150° = \frac{2}{3}\pi$

ㄷ. $\pi = 360°$　ㄹ. $\frac{7}{6}\pi = 210°$

7. 각 θ를 나타내는 동경과 각 6θ를 나타내는 동경이 일치할 때, 각 θ의 크기를 구하시오. (단, $0 < \theta < \pi$)

8. $0 < \theta < \pi$이고, 두 각 θ, 7θ를 나타내는 두 동경이 서로 일치할 때, 각 θ의 크기를 모두 구하시오.

9. θ 가 제 3 사분면의 각일 때, $\frac{\theta}{3}$ 가 나타내는 동경이 지나는 사분면을 모두 고르시오.

10. θ가 제 3사분면의 각일 때, $\frac{\theta}{2}$는 제 몇 사분면의 각인지 구하시오.

11. 반지름의 길이가 4이고, 호의 길이가 12인 부채꼴의 중심각의 크기를 a (라디안), 넓이를 b라 할 때, $a+b$의 값을 구하시오.

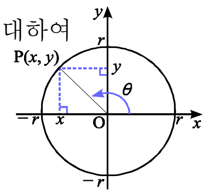
12. 반지름의 길이가 3이고 넓이가 $\frac{3}{2}\pi$인 부채꼴의 호의 길이를 구하시오.

13. 반지름의 길이가 6이고, 넓이가 24π인 부채꼴의 중심각의 크기와 호의 길이를 각각 구하시오.

14. 둘레의 길이가 10인 부채꼴 가운데 넓이가 최대인 부채꼴의 반지름의 길이를 구하시오.

5. 삼각함수의 정의

오른쪽의 그림에서 임의의 실수 θ(라디안)에 대하여



$\sin\theta = \dfrac{y}{r}$, $\csc\theta = \dfrac{r}{y}$

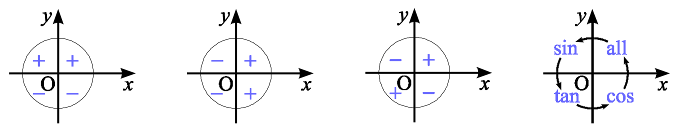
$\cos\theta = \dfrac{x}{r}$, $\sec\theta = \dfrac{r}{x}$

$\tan\theta = \dfrac{y}{x}$, $\cot\theta = \dfrac{x}{y}$

로 정의한다.

6. 삼각함수 값의 부호 :

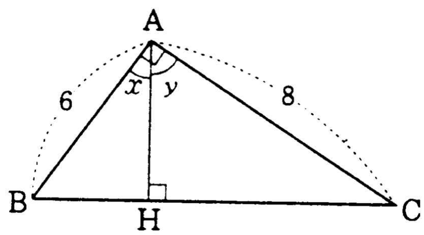
$\sin\theta > 0$	$\cos\theta > 0$	$\tan\theta > 0$	함수값이 양인 것



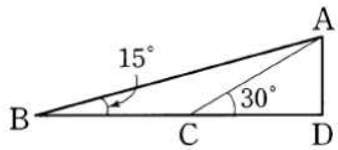
특수각의 삼각비

A / 삼각비	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin A$	0	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos A$	1	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	$\dfrac{1}{2}$	0
$\tan A$	0	$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	없음 (∞)

15. 오른쪽 그림에서 $\angle BAC = 90^\circ$, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 일 때, $\sin x + \cos y$의 값을 구하시오.



16. 오른쪽 그림을 이용하여 $\tan 15°$ 의 값을 구하시오.



17. 원점 O와 점 $P(-5, -12)$를 잇는 선분 OP를 동경으로 하는 각의 크기를 θ라 할 때, $\sin\theta + \cos\theta$의 값을 구하시오.

18. 원점 O와 점 P$(-8,\ 15)$를 잇는 선분을 동경으로 하는 각을 θ라 할 때, $\dfrac{17\sin\theta + 16\tan\theta}{17\cos\theta + 3}$의 값을 구하시오.

19. $\sin\theta\cos\theta<0$일 때, θ는 제 몇 사분면의 각인지 구하시오.

20. $\frac{\sqrt{\cos\theta}}{\sqrt{\sin\theta}}=-\sqrt{\frac{\cos\theta}{\sin\theta}}$ 가 성립할 때, θ는 제 몇 사분면의 각인지 구하시오. (단, $\sin\theta\cos\theta\neq 0$)

21. θ가 제2사분면의 각이고, $\sin\theta=\frac{4}{5}$일 때, $\cos\theta$의 값을 구하시오.

22. 다음 식을 간단히 하시오.

(1) θ가 제2사분면의 각일 때, $\sqrt{\sin^2\theta}+\sqrt{\cos^2\theta}+\sqrt{\tan^2\theta}$

(2) $\pi<\theta<\frac{3}{2}\pi$일 때, $\sqrt{\sin^2\theta}+\sqrt{(\tan\theta-\sin\theta)^2}$

7. 삼각함수의 상호관계 :

(1) $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$

(2) $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$, $1 + \tan^2\theta = \dfrac{1}{\cos^2\theta}$

8. 삼각함수의 성질 : n이 정수일 때

(1) 주기 공식

$\sin(2n\pi+\theta) = \sin\theta$, $\cos(2n\pi+\theta) = \cos\theta$, $\tan(n\pi+\theta) = \tan\theta$

(2) 음각 공식

$\sin(-\theta) = -\sin\theta$, $\cos(-\theta) = \cos\theta$, $\tan(-\theta) = -\tan\theta$

(3) 보각 공식

$\sin(\pi-\theta) = \sin\theta$, $\cos(\pi-\theta) = -\cos\theta$, $\tan(\pi-\theta) = -\tan\theta$

(4) 여각 공식

$\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right) = \cos\theta$, $\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right) = \sin\theta$, $\tan\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right) = \dfrac{1}{\tan\theta}$

9. $90^\circ n \pm \theta$ 공식 : : n이 정수일 때, 삼각함수 $\left(\dfrac{n\pi}{2} \pm \theta\right) = \pm$ 삼각함수θ

(1) n 이 짝수이면 삼각함수는 그대로이고

(2) n 이 홀수이면 $\sin \Leftrightarrow \cos$, $\cos \Leftrightarrow \sin$, $\tan \Leftrightarrow \dfrac{1}{\tan}$ 로 바뀐다.

(3) 부호는 사분면의 위치에 따라정한다.

23. θ가 제 3사분면의 각이고 $\sin\theta = -\dfrac{4}{5}$일 때, $\cos\theta + \tan\theta$의 값을 구하시오.

24. θ가 제4사분면의 각이고 $\dfrac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta} = \dfrac{1}{3}$일 때, 다음 식의 값을 구하시오.

(1) $\sin\theta$ (2) $\tan\theta + \dfrac{1}{\tan\theta}$

25. θ가 제 2사분면의 각이고 $\tan\theta = -\dfrac{2}{3}$일 때, $\dfrac{\sin^2\theta - \cos^2\theta}{1+\cos\theta\sin\theta}$의 값을 구하시오.

26. $(\sin\theta + \cos\theta)^2 + (\sin\theta - \cos\theta)^2$을 간단히 하시오.

27. $0<\theta<\frac{\pi}{2}$이고 $\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta}+\frac{1+\cos\theta}{\sin\theta}=5$일 때, $\cos\theta$의 값을 구하시오.

28. $\sin\theta+\cos\theta=\sqrt{2}$일 때, $\mathrm{cosec}\theta+\sec\theta$의 값을 구하시오.

29. 이차방정식 $4x^2-2x+k=0$의 두 근이 $\sin\theta$, $\cos\theta$일 때,
$\mathrm{cosec}^2\theta-\sec^2\theta$의 값을 구하시오. (단, $\cos\theta>\sin\theta$)

30. $\sin\theta+\cos\theta=\frac{1}{2}$일 때, 다음 식의 값을 구하시오.

(1) $\sin\theta\cos\theta$

(2) $\sin^3\theta+\cos^3\theta$

(3) $\sin^4\theta+\cos^4\theta$

(4) $\tan\theta+\frac{1}{\tan\theta}$

31. 다음 식을 간단히 하시오.

(1) $(1-\cos^2\theta)(1+\cot^2\theta)$

(2) $\cos^2\theta(1+\tan\theta)^2+\cos^2(1-\tan\theta)^2$

(3) $(1-\tan^4\theta)\cos^2\theta+\sec^2\theta$

32. $\tan\theta=3$일 때, $\sin\theta\cos\theta$의 값을 구하시오.

33. 다음 식을 간단히 하시오.

(1) $\left(\sin\theta-\dfrac{1}{\sin\theta}\right)^2-\left(\tan\theta-\dfrac{1}{\tan\theta}\right)^2+\left(\cos\theta-\dfrac{1}{\cos\theta}\right)^2$

(2) $\left(1+\dfrac{1}{\sin\theta}\right)\left(1+\dfrac{1}{\cos\theta}\right)\left(1-\dfrac{1}{\sin\theta}\right)\left(1-\dfrac{1}{\cos\theta}\right)$

34. $\tan\theta+\dfrac{1}{\tan\theta}=6$ 일 때, $\sin\theta+\cos\theta$의 값을 구하시오. (단, $0^\circ<\theta<90^\circ$)

35. x에 대한 이차방정식 $3x^2-2x+k=0$의 두 근이 $\sin\theta, \cos\theta$일 때, k의 값과 $\sin^3\theta+\cos^3\theta$의 값을 차례로 구하시오.

36. 다음 삼각함수의 값을 구하시오.

(1) $\sin 780^\circ$ (2) $\cos(-120^\circ)$ (3) $\tan 315^\circ$

37. 다음 삼각함수의 값을 구하시오.

(1) $\sin\dfrac{13}{6}\pi$ (2) $\cos\dfrac{17}{6}\pi$

38. $\sin\dfrac{\pi}{6}\cos\left(-\dfrac{9}{4}\pi\right)+\tan\dfrac{14}{3}\pi$의 값을 구하시오.

39. 다음 삼각함수의 값을 구하시오.

(1) $\mathrm{cosec}\frac{5}{3}\pi$

(2) $\sec\frac{3}{4}\pi$

(3) $\cot\frac{7}{6}\pi$

40. $\dfrac{\cos^2 390^\circ + \tan 300^\circ}{\sin 420^\circ} + \dfrac{\sin^2 210^\circ + \cot 150^\circ}{\cos(-300^\circ)}$ 의 값을 구하시오.

41. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{6}\right)=\sin\left(\pi+\frac{\pi}{3}\right)$

ㄴ. $\mathrm{cosec}\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\sec(2\pi-\theta)$

ㄷ. $\tan\theta\cot\left(\frac{3}{2}\pi+\theta\right)=1$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

42. 다음 식을 간단히 하시오.

$\sin(-\theta)+\cos(90^\circ+\theta)+\sin(180^\circ-\theta)+\cos(\theta-180^\circ)$

43. $\dfrac{\cos^2 390^\circ + \tan 300^\circ}{\sin 420^\circ} + \dfrac{\sin^2 210^\circ + \dfrac{1}{\tan 150^\circ}}{\cos(-300^\circ)}$ 의 값을 구하시오.

44. $\sin 320^\circ + \cos 130^\circ + 2\sin(-220^\circ) + \tan(-315^\circ)$의 값을 구하시오.

45. 다음 식을 간단히 하시오.

(1) $\dfrac{1}{\tan(270^\circ - \theta)}\cos(180^\circ - \theta) + \cos(-\theta)\tan(180^\circ + \theta)$

(2) $\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\theta\right) - \tan(\pi+\theta)\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+\theta\right) - \dfrac{1}{\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)}$

(3) $\dfrac{\cos(\pi+\theta)}{\sin\left(\dfrac{3}{2}\pi+\theta\right)\cos^2(\pi-\theta)} + \dfrac{\sin(\pi+\theta)\tan^2(\pi-\theta)}{\cos\left(\dfrac{3}{2}\pi+\theta\right)}$

46. 다음 식을 간단히 하시오.

$\sin(4\pi-\theta) + \cos\left(\dfrac{3}{2}\pi+\theta\right) - \sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\theta\right) - \cos(\theta-\pi)$

47. $\cos^2 0^\circ + \cos^2 1^\circ + \cos^2 2^\circ + \cdots + \cos^2 89^\circ + \cos^2 90^\circ$ 의 값을 구하시오.

48. 다음 식의 값을 구하시오.

(1) $\sin^2 1^\circ + \sin^2 3^\circ + \sin^2 5^\circ + \cdots + \sin^2 87^\circ + \sin^2 89^\circ$

(2) $\tan 1^\circ \times \tan 2^\circ \times \tan 3^\circ \times \cdots \times \tan 88^\circ \times \tan 89^\circ$

정답 및 풀이

1) 정답 풀이참조
(1)$60^\circ=360^\circ\times0+60^\circ$이므로
$360^\circ\times n+60^\circ$ (n은 정수)
(2)$400^\circ=360^\circ\times1+40^\circ$이므로
$360^\circ\times n+40^\circ$ (n은 정수)
(3)$-120^\circ=360^\circ\times(-1)+240^\circ=360^\circ\times0-120^\circ$이므로
$360^\circ\times n+240^\circ$ 또는 $360^\circ\times n-120^\circ$ (n은 정수)
(4)$-380^\circ=360^\circ\times(-1)-20^\circ=360^\circ\times(-2)+340^\circ$이므로
$360^\circ\times n-20^\circ$ 또는 $360^\circ\times n+340^\circ$ (n은 정수))

2) 정답 ③
$\theta=360^\circ\times n+70^\circ$ (n은 정수)로 놓으면
①$n=2$일 때, $\theta=360^\circ\times2+70^\circ=790^\circ$
②$n=1$일 때, $\theta=360^\circ\times1+70^\circ=430^\circ$
④$n=-2$일 때, $\theta=360^\circ\times(-2)+70^\circ=-650^\circ$
⑤$n=-3$일 때, $\theta=360^\circ\times(-3)+70^\circ=-1010^\circ$

3) 정답 ㄱ. 제 3사분면 ㄴ. 제 4사분면, ㄷ, 제 1사분면, ㄹ. 제 3사분면
$0\leq\alpha^\circ<360^\circ$일 때, $\theta=360^\circ\times n+\alpha^\circ$ (n은 정수)이면 θ와 α°의 동경의 위치가 같다.
ㄱ. $-150^\circ=360^\circ\times(-1)+210^\circ$
210° ➡ 제 3사분면의 각
$\therefore$ -150° ➡ 제 3사분면의 각
ㄴ. $1010^\circ=360^\circ\times2+290^\circ$
290° ➡ 제 4사분면의 각
$\therefore$ 1010° ➡ 제 4사분면의 각
ㄷ. $420^\circ=360^\circ\times1+60^\circ$
60° ➡ 제 1사분면의 각
$\therefore$ 420° ➡ 제 1사분면의 각
ㄹ. $-532^\circ=360^\circ\times(-2)+188^\circ$
188° ➡ 제 3사분면의 각
$\therefore$ -532° ➡ 제 3사분면의 각

4) 정답 ④
$180^\circ=\pi(rad)$에서 $1^\circ=\dfrac{\pi}{180}(rad)$, $1(rad)=\dfrac{180^\circ}{\pi}$임을 이용하면
① $30^\circ=30\times\dfrac{\pi}{180}=\dfrac{\pi}{6}$
② $-135^\circ=-135\times\dfrac{\pi}{180}=-\dfrac{3}{4}\pi$
③ $150^\circ=150\times\dfrac{\pi}{180}=\dfrac{5}{6}\pi$
④ $\dfrac{5}{3}\pi=\dfrac{5}{3}\pi\times\dfrac{180^\circ}{\pi}=300^\circ$
⑤ $\dfrac{3}{2}\pi=\dfrac{3}{2}\pi\times\dfrac{180^\circ}{\pi}=270^\circ$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

5)정답 (1) $\frac{5}{6}\pi$ (2) $\frac{4}{3}\pi$ (1) 108° (1) -15°

(1) $150^\circ=150\times\frac{\pi}{180}=\frac{5}{6}\pi$

(2) $240^\circ=240\times\frac{\pi}{180}=\frac{4}{3}\pi$

(3) $\frac{3}{5}\pi=\frac{3}{5}\pi\times\frac{180^\circ}{\pi}=108^\circ$

(4) $-\frac{\pi}{12}=-\frac{\pi}{12}\times\frac{180^\circ}{\pi}=-15^\circ$

6) 정답 ㄱ, ㄹ

ㄱ. $\frac{30^\circ}{\pi}=1^\circ\times\frac{30}{\pi}=\frac{\pi}{180}\times\frac{30}{\pi}=\frac{1}{6}$

ㄴ. $150^\circ=150\times\frac{\pi}{180}=\frac{5}{6}\pi$

ㄷ. $\pi=1\times180^\circ=180^\circ$

ㄹ. $\frac{7}{6}\pi=\frac{7}{6}\times180^\circ=210^\circ$

따라서 옳은것은 ㄱ, ㄹ로 2개다.

7) 정답 $\frac{2}{5}\pi$ 또는 $\frac{4}{5}\pi$

각 θ를 나타내는 동경과 각 6θ를 나타내는 동경이 일치하므로 $6\theta-\theta=2n\pi$ (n은 정수)

$5\theta=2n\pi$ $\therefore$ $\theta=\frac{2n\pi}{5}$ ...... ㉠

$0<\theta<\pi$에서 $0<\frac{2n\pi}{5}<\pi$이므로

$0<n<\frac{5}{2}$ $\therefore$ $n=1$ 또는 $n=2$

이것을 ㉠에 대입하면

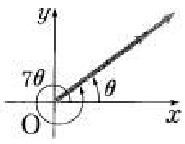
$\theta=\frac{2}{5}\pi$ 또는 $\theta=\frac{4}{5}\pi$

8) 정답 $\theta=\frac{\pi}{3}$ 또는 $\theta=\frac{2}{3}\pi$

두 각 θ, 7θ를 일반각으로 나타내면

$\theta=2k\pi+\alpha$, $7\theta=2m\pi+\beta$ (단, k, m은 정수) ⋯ ㉠

두 동경이 일치하므로 이를 그림으로 나타내면 오른쪽과 같고, 이 때의 일반각 θ, 7θ의 최솟값 α, β 사이의 관계는



$\therefore\alpha=\beta$

㉠에서 $7\theta-\theta$를 하면

$7\theta-\theta=2m\pi+\beta-(2k\pi+\alpha)$

$=2(m-k)\pi$ ($\because\alpha=\beta$)

$=2n\pi$ (단, $n=m-k$는 정수)

$6\theta=2n\pi$ $\therefore\theta=\frac{n}{3}\pi$ ⋯ ㉡

$0<\theta<\pi$이므로 $0<\frac{n}{3}\pi<\pi$ $\therefore 0<n<3$

n은 정수이므로 $n=1$ 또는 $n=2$ ⋯ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하여 θ의 크기를 구하면

$\theta=\frac{\pi}{3}$ 또는 $\theta=\frac{2}{3}\pi$

9) 정답 1, 3, 4 분면
α가 제 3사분면의 각이므로
$360^{\circ} n+180^{\circ} < \alpha < 360^{\circ} n+270^{\circ}$ (n 은 정수)

$\therefore 120^{\circ} n+60^{\circ} < \dfrac{\alpha}{3} < 120^{\circ} n+90^{\circ}$

(i)$n=3k$ 일 때

$360^{\circ}k+60^{\circ} < \dfrac{\alpha}{3} < 360^{\circ}k+90^{\circ}$

따라서 $\dfrac{\alpha}{3}$는 제 1사분면의 각이다.

(ii)$n=3k+1$ 일 때

$360^{\circ}k+180^{\circ} < \dfrac{\alpha}{3} < 360^{\circ}k+210^{\circ}$

따라서 $\dfrac{\alpha}{3}$는 제 3사분면의 각이다.

(iii)$n=3k+2$ 일 때

$360^{\circ}k+300^{\circ} < \dfrac{\alpha}{3} < 360^{\circ}k+330^{\circ}$

따라서 $\dfrac{\alpha}{3}$는 제 4사분면의 각이다.

(i)~(iii)에서 $\dfrac{\alpha}{3}$가 나타내는 동경이 지나지 않는 사분면은 제 2 사분면의 각이다.

10) 정답 제 2, 4 분면
θ가 제 3사분면의 각이므로
$360^{\circ} \times n+180^{\circ} < \theta < 360^{\circ} \times n+270^{\circ}$ (n은 정수)
각 변을 2로 나누면

$180^{\circ} \times n+90^{\circ} < \dfrac{\theta}{2} < 180^{\circ} \times n+135^{\circ}$

(i) $n=2k$ (k는 정수)일 때

$360^{\circ} \times k+90^{\circ} < \dfrac{\theta}{2} < 360^{\circ} \times k+135^{\circ}$

따라서 $\dfrac{\theta}{2}$는 제 2사분면의 각이다.

(ii) $n=2k+1$ (k는 정수)일 때

$360^{\circ} \times k+270^{\circ} < \dfrac{\theta}{2} < 360^{\circ} \times k+315^{\circ}$

따라서 $\dfrac{\theta}{2}$는 제 4사분면의 각이다.

(i), (ii)에서 $\dfrac{\theta}{2}$는 제 2, 4사분면이다.

11) 정답 27
부채꼴의 반지름의 길이를 r, 중심각의 크기를 θ, 호의 길이를 l이라 하면
$l=r\theta$이고 주어진 조건에서 $l=12$, $r=4$이므로
$12=4\theta$
$\therefore \theta=3$
$\therefore a=3$

또, 부채꼴의 넓이를 S라 하면 $S=\dfrac{1}{2}rl$이므로

$S=\dfrac{1}{2}\times 4\times 12=24 \qquad \therefore b=24$

$\therefore a+b=27$

12) 정답 π

부채꼴의 반지름의 길이를 r, 호의 길이를 l, 넓이를 S라 하면 $r=3$, $S=\frac{3}{2}\pi$이므로

$S=\frac{1}{2}rl=\frac{1}{2}\cdot 3\cdot l=\frac{3}{2}\pi$

$\therefore l=\pi$

13) 정답 중심각의 크기 : $\frac{4}{3}\pi$, 호의 길이 : 8π

부채꼴의 반지름의 길이를 r, 중심각의 크기를 θ, 넓이를 S라 하면

$S=\frac{1}{2}r^2\theta$

주어진 조건에서 $r=6$, $S=24\pi$이므로

$24\pi=\frac{1}{2}\times 36\times\theta$ $\qquad\therefore \theta=\frac{4}{3}\pi$

또, 부채꼴의 호의 길이를 l이라 하면 $S=\frac{1}{2}rl$이므로

$24\pi=\frac{1}{2}\times 6\times l$

$\therefore l=8\pi$

14) 정답 $\frac{25}{4}$

부채꼴의 반지름의 길이를 r, 호의 길이를 l이라 하면 둘레의 길이가 10이므로 $2r+l=10$ $\qquad\therefore l=10-2r$

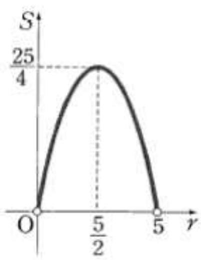
$r>0,\ l>0$이므로 $\qquad r>0,\ 10-2r>0$ $\qquad\therefore 0<r<5$

부채꼴의 넓이를 S라 하면 $S=\frac{1}{2}rl$이므로

$S=\frac{1}{2}r(10-2r)$

$=-r^2+5r$

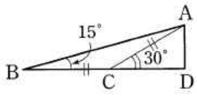
$=-\left(r-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{25}{4}$



$0<r<5$에서 $S=-\left(r-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{25}{4}$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 S의 최댓값은

$r=\frac{5}{2}$일 때 (최대값)$=\frac{25}{4}$

15) $\sin x=\frac{3}{5}$, $\cos y=\frac{3}{5}$, $\therefore \frac{6}{5}$



16) 정답 $2-\sqrt{3}$

오른쪽 그림에서

$\angle ABC+\angle CAB=30^\circ$ 이므로

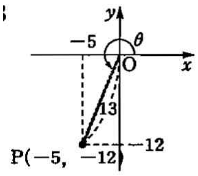
$\triangle$ABC는 이등변 삼각형이다.

즉, $\overline{AC}=\overline{BC}$이다.

$\overline{AD}=1$로 놓으면, $\overline{AC}=2$, $\overline{CD}=\sqrt{3}$ 이므로

$\tan 15^\circ=\frac{\overline{AD}}{\overline{BC}+\overline{CD}}=\frac{\overline{AD}}{\overline{AC}+\overline{CD}}=\frac{1}{2+\sqrt{3}}=2-\sqrt{3}$

17) 정답 $-\frac{17}{13}$



$\overline{OP}=r=\sqrt{(-5)^2+(-12)^2}=13$

$x=-5, y=-12$이므로

$\sin\theta=\frac{y}{r}=-\frac{12}{13}$

$\cos\theta=\frac{x}{r}=-\frac{5}{13}$

$\therefore \sin\theta+\cos\theta=-\frac{17}{13}$

18) 정답 3

$r=17,\ x=-8,\ y=15$이므로 삼각함수의 정의에 의하여

$\sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{15}{17},\ \cos\theta=\frac{x}{r}=-\frac{8}{17},\ \tan\theta=\frac{y}{x}=-\frac{15}{8}$

$\therefore\ \frac{17\sin\theta+16\tan\theta}{17\cos\theta+3}=\frac{17\times\frac{15}{17}+16\times\left(-\frac{15}{8}\right)}{17\times\left(-\frac{8}{17}\right)+3}=\frac{15-30}{-8+3}=3$

19) 정답 제 2사분면 또는 제 4사분면

$\sin\theta\cos\theta<0$이므로

$\sin\theta>0, \cos\theta<0$ 또는 $\sin\theta<0, \cos\theta>0$

따라서 θ는 제 2사분면 또는 제 4사분면의 각이다.

20) 정답 제4사분면

$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=-\sqrt{\frac{a}{b}}\quad \Rightarrow a\geqq 0,\ b<0$

임을 이용하면 $\cos\theta\geqq 0,\ \sin\theta<0$

그런데 주어진 조건에서 $\sin\theta\cos\theta\neq 0$이므로

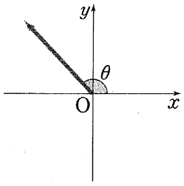
$\therefore\ \cos\theta>0,\ \sin\theta<0$

따라서 θ는 제4사분면의 각이다.

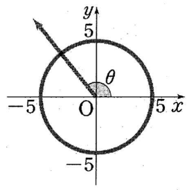
21) 정답 $-\frac{3}{5}$

다음과 같은 순서로 주어진 조건을 좌표평면 위에 나타내자.

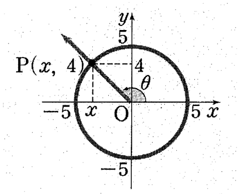
① 제2사분면에 각 θ의 동경을 그린다.



② $\sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{4}{5}$에서 $r=5$이므로 반지름의 길이가 5인 원을 그린다.



③ $\sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{4}{5}$에서 $y=4$이므로 점 $\mathrm{P}(x,\ 4)$로 놓는다.



$\overline{\mathrm{OP}}=r=5$이므로 $\sqrt{x^2+4^2}=5$에서 $x=-3$ ($\because\ x<0$)

삼각함수의 정의에 의하여 $\cos\theta=\frac{x}{r}=-\frac{3}{5}$

22) 정답 (1) $\sin\theta-\cos\theta-\tan\theta$ (2) $\tan\theta-2\sin\theta$

(1) θ가 제2사분면의 각이므로

$\sin\theta>0,\ \cos\theta<0,\ \tan\theta<0$

$\therefore\ \sqrt{\sin^2\theta}+\sqrt{\cos^2\theta}+\sqrt{\tan^2\theta}$

$=|\sin\theta|+|\cos\theta|+|\tan\theta|$

$=\sin\theta-\cos\theta-\tan\theta$

(2) $\pi<\theta<\frac{3}{2}\pi$, 즉 θ는 제3사분면의 각이므로

$\sin\theta<0,\ \tan\theta>0$ ➡ $\tan\theta-\sin\theta>0$

$\therefore\ \sqrt{\sin^2\theta}+\sqrt{(\tan\theta-\sin\theta)^2}$

$=|\sin\theta|+|\tan\theta-\sin\theta|$

$=-\sin\theta+\tan\theta-\sin\theta$

$=\tan\theta-2\sin\theta$

23) 정답 $\frac{11}{15}$

θ가 제 3사분면의 각이므로 $\cos\theta<0, \tan\theta>0$

$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$에서 $\frac{16}{25}+\cos^2\theta=1$

$\cos^2\theta=\frac{9}{25}$이므로 $\cos\theta=-\frac{3}{5}\,(\because \cos\theta<0)$

$\therefore \tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{4}{3}$

$\therefore \cos\theta+\tan\theta=\left(-\frac{3}{5}\right)+\frac{4}{3}=\frac{11}{15}$

24) 정답 (1) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (2) $-\frac{4\sqrt{3}}{3}$

$\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}=\frac{1}{3}$의 양변에 $3(1+\cos\theta)$를 곱하여 $\cos\theta$의 값을 구하면

$3(1-\cos\theta)=1+\cos\theta,\ 3-3\cos\theta=1+\cos\theta$

$\therefore \cos\theta=\frac{1}{2}$ …… ㉠

(1) $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$에서 $\sin^2\theta=1-\cos^2\theta$이므로

$\sin\theta=\pm\sqrt{1-\cos^2\theta}$

$=\pm\sqrt{1-\left(\frac{1}{2}\right)^2}$ (∵㉠)

$=\pm\sqrt{\frac{3}{4}}=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

θ가 제4사분면의 각이므로

$\sin\theta<0$ ∴ $\sin\theta=-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⋯⋯㉡

(2) $\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$, 이므로

$\tan\theta+\frac{1}{\tan\theta}=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}+\frac{\cos\theta}{\sin\theta}=\frac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}$

$=\frac{1}{\sin\theta\cos\theta}$ (∵ $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$)

$=\frac{1}{-\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2}}$ (∵ ㉠, ㉡)

$=-\frac{4}{\sqrt{3}}=-\frac{4\sqrt{3}}{3}$

25) 정답 $-\frac{5}{7}$

$1+\tan^2\theta=\frac{1}{\cos^2\theta}$ 에서

$\frac{1}{\cos^2\theta}=1+\left(-\frac{2}{3}\right)^2=\frac{13}{9}$

∴ $\cos^2\theta=\frac{9}{13}$

그런데 θ가 제 2사분면의 각이므로 $\cos\theta=-\frac{3}{\sqrt{13}}$

$\sin\theta=\tan\theta\cos\theta=(-\frac{2}{3})\cdot(-\frac{3}{\sqrt{13}})=\frac{2}{\sqrt{13}}$

∴ $\frac{\sin^2\theta-\cos^2\theta}{1+\cos\theta\sin\theta}=\frac{\frac{4}{13}-\frac{9}{13}}{1+\left(-\frac{3}{\sqrt{13}}\right)\cdot\left(\frac{2}{\sqrt{13}}\right)}$

$=\frac{-\frac{5}{13}}{1-\frac{6}{13}}=-\frac{5}{7}$

<다른 풀이>

θ가 제 2사분면의 각이고 $\tan\theta=-\frac{2}{3}$이므로 점 P의 좌표를 $(-3,\ 2)$로 놓으면

$\overline{OP}=\sqrt{(-3)^2+2^2}=\sqrt{13}$

∴ $\sin\theta=\frac{2}{\sqrt{13}}$, $\cos\theta=-\frac{3}{\sqrt{13}}$

∴ $\frac{\sin^2\theta-\cos^2\theta}{1+\cos\theta\sin\theta}=\frac{\frac{4}{13}-\frac{9}{13}}{1+\left(-\frac{3}{\sqrt{13}}\right)\cdot\left(\frac{2}{\sqrt{13}}\right)}$

$= \dfrac{-\frac{5}{13}}{1-\frac{6}{13}} = -\dfrac{5}{7}$

26) 정답 2

$(\sin^2\theta + \cos\theta)^2 + (\sin\theta - \cos\theta)^2$

$= (\sin^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta) + (\sin^2\theta - 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta)$

$= (1 + 2\sin\theta\cos\theta) + (1 - 2\sin\theta\cos\theta)$

$= 2$

27) 정답 $\dfrac{\sqrt{21}}{5}$

$\dfrac{\sin\theta}{1+\cos\theta} + \dfrac{1+\cos\theta}{\sin\theta} = 5$에서 좌변을 간단히 하면

$\dfrac{\sin\theta}{1+\cos\theta} + \dfrac{1+\cos\theta}{\sin\theta} = \dfrac{\sin^2\theta + (1+\cos\theta)^2}{(1+\cos\theta)\sin\theta}$

$= \dfrac{(\sin^2\theta + \cos^2\theta) + 2\cos\theta + 1}{(1+\cos\theta)\sin\theta} = \dfrac{1 + 2\cos\theta + 1}{(1+\cos\theta)\sin\theta}$

$= \dfrac{2(1+\cos\theta)}{(1+\cos\theta)\sin\theta} = \dfrac{2}{\sin\theta}$

따라서 주어진 등식은 $\dfrac{2}{\sin\theta} = 5$

$\therefore \sin\theta = \dfrac{2}{5}$

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$에서 $\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$이므로

$\cos\theta = \pm\sqrt{1 - \sin^2\theta} = \pm\sqrt{1 - \left(\dfrac{2}{5}\right)^2}$

$= \pm\sqrt{\dfrac{21}{25}} = \pm\dfrac{\sqrt{21}}{5}$

이 때, $0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$에서 θ는 제1사분면의 각이므로

$\cos\theta > 0 \quad \therefore \cos\theta = \dfrac{\sqrt{21}}{5}$

28) 정답$2\sqrt{2}$

$\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}$의 양변을 제곱하면

$\sin^2\theta + \cos^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta = 2$

$1 + 2\sin\theta\cos\theta = 2 \qquad \therefore \sin\theta\cos\theta = \dfrac{1}{2}$

$\therefore \operatorname{cosec}\theta + \sec\theta = \dfrac{1}{\sin\theta} + \dfrac{1}{\cos\theta}$

$= \dfrac{\cos\theta + \sin\theta}{\sin\theta\cos\theta}$

$= \dfrac{\sqrt{2}}{\frac{1}{2}} = 2\sqrt{2}$

29) 정답$\dfrac{16\sqrt{7}}{9}$

$4x^2-2x+k=0$의 두 근이 $\sin\theta$, $\cos\theta$이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\sin\theta+\cos\theta=\frac{1}{2}$, $\sin\theta\cos\theta=\frac{k}{4}$

$\sin\theta+\cos\theta=\frac{1}{2}$의 양변을 제곱하면

$\sin^2\theta+\cos^2\theta+2\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{4}$

$1+2\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{4}$, $2\cdot\frac{k}{4}=-\frac{3}{4}$

$\therefore\ k=-\frac{3}{2}$

$\therefore\ \sin\theta\cos\theta=-\frac{3}{8}$

$(\cos\theta-\sin\theta)^2=\cos^2\theta+\sin^2\theta-2\sin\theta\cos\theta$

$=1-2\sin\theta\cos\theta$

$=1-2\cdot(-\frac{3}{8})=\frac{7}{4}$

$\therefore\ \cos\theta-\sin\theta=\pm\frac{\sqrt{7}}{2}$

그런데 $\operatorname{cosec}^2\theta-\sec^2\theta=\frac{1}{\sin^2\theta}-\frac{1}{\cos^2\theta}$

$=\frac{\cos^2\theta-\sin^2\theta}{\sin^2\theta\cos^2\theta}$

$=\frac{(\cos\theta-\sin\theta)(\cos\theta+\sin\theta)}{\sin^2\theta\cos^2\theta}$

$=\frac{\frac{\sqrt{7}}{2}\cdot\frac{1}{2}}{\frac{9}{64}}=\frac{16\sqrt{7}}{9}$

30) 정답 (1) $-\frac{3}{8}$ (2) $\frac{11}{16}$ (3) $\frac{23}{32}$ (4) $-\frac{8}{3}$

(1) $\sin\theta+\cos\theta=\frac{1}{2}$의 양변을 제곱하면

$\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\frac{1}{4}$

$1+2\sin\theta\cdot\cos\theta=\frac{1}{4}$ $\therefore \sin\theta\cos\theta=-\frac{3}{8}$

(2) $\sin^3\theta+\cos^3\theta$

$=(\sin\theta+\cos\theta)^3-3\sin\theta\cos\theta(\sin\theta+\cos\theta)$

$=\left(\frac{1}{2}\right)^3-3\cdot\left(-\frac{3}{8}\right)\cdot\frac{1}{2}=\frac{11}{16}$

(3) $\sin^4\theta+\cos^4\theta=(\sin^2\theta+\cos^2\theta)^2-2\sin^2\theta\cos^2\theta$

$=1^2-2\left(-\frac{3}{8}\right)^2=\frac{23}{32}$

(4) $\tan\theta+\frac{1}{\tan\theta}=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}+\frac{\cos\theta}{\sin\theta}=\frac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}$

$=\frac{1}{\sin\theta\cos\theta}=-\frac{8}{3}$

31) 정답 (1) 1 (2) 2 (3) 2

(1) (준식)$=\sin^2\theta\cdot\operatorname{cosec}^2\theta=\sin^2\theta\cdot\dfrac{1}{\sin^2\theta}=1$

(2) (준식)$=\cos^2\theta(1+2\tan\theta+\tan^2\theta)+\cos^2\theta(1-2\tan\theta+\tan^2\theta)$

$=\cos^2\theta\{2(1+\tan^2\theta)\}=2\cos^2\theta\cdot\sec^2\theta$

$=2\cos^2\theta\cdot\dfrac{1}{\cos^2\theta}=2$

(3) (준식)$=(1-\tan^2\theta)(1+\tan^2\theta)\cos^2\theta+\sec^2\theta$

$=(1-\tan^2\theta)\sec^2\theta\cos^2\theta+\sec^2\theta$

$=(1-\tan^2\theta)\cdot\dfrac{1}{\cos^2\theta}\cdot\cos^2\theta+\sec^2\theta$

$=(1-\tan^2\theta)+\sec^2\theta$

$=1+(\sec^2\theta-\tan^2\theta)$

$=1+1=2$

32) 정답 $\dfrac{3}{10}$

$1+\tan^2\theta=\dfrac{1}{\cos^2\theta}$ 이므로

$\dfrac{1}{\cos^2\theta}=10,$

$\therefore \cos\theta=\pm\dfrac{1}{\sqrt{10}}$

$\therefore \sin\theta=\tan\theta\cos\theta=\pm\dfrac{3}{\sqrt{10}}$

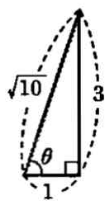
$\therefore \sin\theta\cos\theta=\left(\pm\dfrac{3}{\sqrt{10}}\right)\times\left(\pm\dfrac{1}{\sqrt{10}}\right)=\dfrac{3}{10}$ (복부호동순)

<다른풀이>

$\tan\theta>0$에서 θ는 제 1사분면 또는 제 3사분면의 각이고, $\tan\theta=3$이므로 오른쪽 그림과 같이 나타낼 수 있다.

$\therefore \sin\theta\cos\theta=\left(\pm\dfrac{3}{\sqrt{10}}\right)\times\left(\pm\dfrac{1}{\sqrt{10}}\right)$

$=\dfrac{3}{10}$ (복부호동순)



33) 정답 (1) 1(2) 1

(1) $\left(\sin\theta-\dfrac{1}{\cos\theta}\right)^2$, $\left(\tan\theta-\dfrac{1}{\tan\theta}\right)^2$, $\left(\cos\theta-\dfrac{1}{\cos}\theta\right)^2$을 각각

전개한 후 간단히 하면

(i) $\left(\sin\theta-\dfrac{1}{\sin\theta}\right)^2=\sin^2\theta-2\sin\theta\times\dfrac{1}{\sin\theta}+\dfrac{1}{\sin^2\theta}$

$=\sin^2\theta-2+\dfrac{1}{\sin^2\theta}$

(ii) $\left(\tan\theta-\dfrac{1}{\tan\theta}\right)^2=\tan^2\theta-2\tan\theta\times\dfrac{1}{\tan\theta}+\dfrac{1}{\tan^2\theta}$ $=\tan^2\theta-2+\dfrac{1}{\tan^2\theta}$

(iii) $\left(\cos\theta-\dfrac{1}{\cos\theta}\right)^2=\cos^2\theta-2\cos\theta\times\dfrac{1}{\cos\theta}+\dfrac{1}{\cos^2\theta}$

$=\cos^2\theta-2+\dfrac{1}{\cos^2\theta}$

$\therefore\ \left(\sin\theta-\frac{1}{\cos\theta}\right)^2-\left(\tan\theta-\frac{1}{\tan\theta}\right)^2+\left(\cos\theta-\frac{1}{\cos}\theta\right)^2$

$=\sin^2\theta-2+\frac{1}{\sin^2\theta}\ -\left(\tan^2\theta-2+\frac{1}{\tan^2\theta}\right)+\left(\cos^2\theta-2+\frac{1}{\cos^2\theta}\right)$

$=\sin^2\theta-2+\frac{1}{\sin^2\theta}\ -\tan^2\theta+2-\frac{1}{\tan^2\theta}\ +\cos^2\theta-2+\frac{1}{\cos^2\theta}$

$=\sin^2\theta+\cos^2\theta-\tan^2\theta+\frac{1}{\sin^2\theta}-\frac{1}{\tan^2\theta}+\frac{1}{\cos^2\theta}-2$

그런데 $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$, $\frac{1}{\cos^2\theta}=\tan^2\theta+1$ 이므로

$=1-\tan^2\theta+1+\tan^2\theta+\frac{1}{\sin^2\theta}-\frac{1}{\tan^2\theta}-2$

$=\frac{1}{\sin^2\theta}-\frac{1}{\tan^2\theta}$

$\tan^2\theta=\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}$ 이므로 $\frac{1}{\tan^2\theta}=\frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta}$

$=\frac{1}{\sin^2\theta}-\frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta}$

$=\frac{1-\cos^2\theta}{\sin^2\theta}$

$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$, $1-\cos^2\theta=\sin^2\theta$ 이므로

$=\frac{\sin^2\theta}{\sin^2\theta}=1$

(2) $\left(1+\frac{1}{\sin\theta}\right)\left(1+\frac{1}{\cos\theta}\right)\left(1-\frac{1}{\sin\theta}\right)\left(1-\frac{1}{\cos\theta}\right)$

$=\left(1+\frac{1}{\sin\theta}\right)\left(1-\frac{1}{\sin\theta}\right)\left(1+\frac{1}{\cos\theta}\right)\left(1-\frac{1}{\cos\theta}\right)$

$=\left(1-\frac{1}{\sin^2\theta}\right)\left(1-\frac{1}{\cos^2\theta}\right)$

$=\left(\frac{\sin^2\theta-1}{\sin^2\theta}\right)\left(\frac{\cos^2\theta-1}{\cos^2\theta}\right)$

$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ 이므로

$=\frac{-\cos^2\theta}{\sin^2\theta}\times\frac{-\sin^2\theta}{\cos^2\theta}=1$

34) 정답 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ 이므로

$\tan\theta+\frac{1}{\tan\theta}=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}+\frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

$=\frac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}$

$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ 이므로

$=\frac{1}{\sin\theta\cos\theta}=6$

$\therefore \sin\theta\cos\theta=\frac{1}{6}$

$\therefore \sin\theta\cos\theta=\frac{1}{6}$

$(\sin\theta+\cos\theta)^2=\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta$

$=1+2\sin\theta\cos\theta=1+\frac{2}{6}=\frac{4}{3}$

$\therefore \sin\theta+\cos\theta=\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ($\because \sin\theta>0, \cos\theta>0$)

35) 정답 $\frac{23}{27}$

이차방정식 $3x^2-2x+k=0$의 두 근이 $\sin\theta, \cos\theta$이므로 근과 계수의 관계에 의해

$\sin\theta+\cos\theta=\frac{2}{3}$ …… ㉠

$\sin\theta\cos\theta=\frac{k}{3}$ …… ㉡

㉠의 양변을 제곱하면

$\sin^2\theta+\cos^2\theta+2\sin\theta\cos\theta=\frac{4}{9}$

$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$이므로 $1+2\sin\theta\cos\theta=\frac{4}{9}$

$\therefore$ $\sin\theta\cos\theta=-\frac{5}{18}$ …… ㉢

㉡=㉢ 이므로 $\frac{k}{3}=-\frac{5}{18}$ $\therefore k=-\frac{5}{6}$

$\therefore$ $\sin^3\theta+\cos^3\theta=(\sin\theta+\cos\theta)^3-3\sin\theta\cos\theta(\sin\theta+\cos\theta)$

$=\left(\frac{2}{3}\right)^3-3\cdot\left(-\frac{5}{18}\right)\cdot\frac{2}{3}$ ($\because$ ㉠, ㉢)

$=\frac{8}{27}+\frac{5}{9}=\frac{23}{27}$

36)정답 (1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (2) $-\frac{1}{2}$ (3) -1

(1) $\sin 780^\circ=\sin(360^\circ\times 2+60^\circ)$

$=\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$

(2) $\cos(-120^\circ)=\cos 120^\circ=\cos(90^\circ+30^\circ)$

$=-\sin 30^\circ=-\frac{1}{2}$

(3) $\tan 315^\circ=\tan(360^\circ-45^\circ)=\tan(-45^\circ)$

$=-\tan 45^\circ=-1$

37) 정답 (1) $\frac{1}{2}$ (2) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

(1) $\sin\frac{13}{6}\pi=\sin\left(2\pi+\frac{\pi}{6}\right)$

$=\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$

(2) $\cos\frac{17\pi}{6}=\cos\left(2\pi+\frac{5}{6}\pi\right)$

$=\cos\frac{5}{6}\pi=\cos\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}\right)$

$=-\sin\frac{\pi}{3}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

38)정답 $\frac{\sqrt{2}}{4}-\sqrt{3}$

$\sin\frac{\pi}{6}\cos\left(-\frac{9}{4}\pi\right)+\tan\frac{14}{3}\pi$

$=\frac{1}{2}\cos\frac{9}{4}\pi+\tan\left(4\pi+\frac{2}{3}\pi\right)$

$=\frac{1}{2}\cos\left(2\pi+\frac{\pi}{4}\right)+\tan\frac{2}{3}\pi$

$=\frac{1}{2}\cos\frac{\pi}{4}+\tan\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)$

$=\frac{1}{2}\cos\frac{\pi}{4}-\tan\frac{\pi}{3}$

$=\frac{\sqrt{2}}{4}-\sqrt{3}$

39) 정답 (1) $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (2) $-\sqrt{2}$ (3) $\sqrt{3}$

(1) $\mathrm{cosec}\frac{5}{3}\pi=\frac{1}{\sin\frac{5}{3}\pi}=\frac{1}{\sin\left(spi-\frac{\pi}{3}\right)}=\frac{1}{-\sin\frac{\pi}{3}}$

$=\frac{1}{-\frac{\sqrt{3}}{2}}=-\frac{2\sqrt{3}}{3}$

(2) $\sec\frac{3}{4}\pi=\frac{1}{\cos\frac{3}{4}\pi}=\frac{1}{\cos\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)}=\frac{1}{-\cos\frac{\pi}{4}}$

$=\frac{1}{-\frac{1}{\sqrt{2}}}=-\sqrt{2}$

(3) $\cot\frac{7}{6}\pi=\frac{1}{\tan\frac{7}{6}\pi}=\frac{1}{\tan\left(\pi+\frac{\pi}{6}\right)}=\frac{1}{\tan\frac{\pi}{6}}$

$=\frac{1}{\frac{1}{\sqrt{3}}}=\sqrt{3}$

40) 정답$-\frac{3+3\sqrt{3}}{2}$

$\cos390^\circ=\cos(90^\circ\times4+30^\circ)=\cos30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\tan300^\circ=\tan(90^\circ\times3+30^\circ)=-\cot30^\circ=-\sqrt{3}$

$\sin420^\circ=\sin(90^\circ\times4+60^\circ)=\sin60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin210^\circ=\sin(90^\circ\times2+30^\circ)=-\sin30^\circ=-\frac{1}{2}$

$\cot150^\circ=\cot(90^\circ\times1+60^\circ)=-\tan60^\circ=-\sqrt{3}$

$\cos(-300^\circ)=\cos300^\circ=\cos(90^\circ\times3+30^\circ)$

$=\sin30^\circ=\frac{1}{2}$

$\therefore$ (주어진 식) $=\frac{(\frac{\sqrt{3}}{2})^2+(-\sqrt{3})}{\frac{\sqrt{3}}{2}}+\frac{(-\frac{1}{2})^2+(-\sqrt{3})}{\frac{1}{2}}$

$= \frac{3-4\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} + \frac{1-4\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{\sqrt{3}-4}{2} + \frac{1-4\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{-3-3\sqrt{3}}{2} = -\frac{3+3\sqrt{3}}{2}$

41) 정답②

ㄱ. $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{6}\right) = -\sin\frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$

$\sin\left(\pi+\frac{\pi}{3}\right) = -\sin\frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

ㄴ. $\operatorname{cosec}\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right) = \frac{1}{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)} = \frac{1}{\cos\theta} = \sec\theta$

$\sec(2\pi-\theta) = \frac{1}{\cos(2\pi-\theta)} = \frac{1}{\cos\theta} = \sec\theta$

ㄷ. $\tan\theta\cot\left(\frac{3}{2}\pi+\theta\right) = \tan\theta(-\tan\theta) = -\tan^2\theta$

42) 정답 $-\sin\theta-\cos\theta$

$\sin(-\theta)+\cos(90^\circ+\theta)+\sin(180^\circ-\theta)+\cos(\theta-180^\circ)$

$= -\sin\theta-\sin\theta+\sin\theta+\cos(180^\circ-\theta)$

$= -\sin\theta-\sin\theta+\sin\theta-\cos\theta$

$= -\sin\theta-\cos\theta$

43) 정답 $-\frac{3+3\sqrt{3}}{2}$

$\cos390^\circ = \cos(90^\circ\times4+30^\circ) = \cos30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\tan300^\circ = \tan(90^\circ\times3+30^\circ) = -\frac{1}{\tan30^\circ} = -\sqrt{3}$

$\sin420^\circ = \sin(90^\circ\times4+60^\circ) = \sin60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin210^\circ = \sin(90^\circ\times2+30^\circ) = -\sin30^\circ = -\frac{1}{2}$

$\frac{1}{\tan150^\circ} = \frac{1}{\tan(90^\circ\times1+60^\circ)} = -\tan60^\circ = -\sqrt{3}$

$\cos(-300^\circ) = \cos300^\circ = \cos(90^\circ\times3+30^\circ)$

$= \sin30^\circ = \frac{1}{2}$

∴ (주어진 식) $= \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+(-\sqrt{3})}{\frac{\sqrt{3}}{2}} + \frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^2+(-\sqrt{3})}{\frac{1}{2}}$

$= \frac{3-4\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} + \frac{1-4\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{\sqrt{3}-4}{2} + \frac{1-4\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{-3-3\sqrt{3}}{2} = -\frac{3+3\sqrt{3}}{2}$

44) 정답1

$\sin 320^\circ = \sin(360^\circ - 40^\circ) = -\sin 40^\circ$

$\cos 130^\circ = \cos(90^\circ + 40^\circ) = -\sin 40^\circ$

$\sin(-220^\circ) = -\sin 220^\circ = -\sin(180^\circ + 40^\circ) = \sin 40^\circ$

$\tan(-315^\circ) = -\tan 315^\circ = -\tan(360^\circ - 45^\circ) = \tan 45^\circ = 1$

$\therefore \sin 320^\circ + \cos 130^\circ + 2\sin(-220^\circ) + \tan(-315^\circ)$

$= -\sin 40^\circ + (-\sin 40^\circ) + 2\sin 40^\circ + 1 = 1$

45) 정답 (1) 0 (2) 0 (3) 1

주어진 일반각을

$90^\circ \times n \pm \theta$ 또는 $\frac{n\pi}{2} \pm \theta$ (n은 정수, θ는 예각)

의 꼴로 변형하여 삼각함수의 모양과 부호를 따진다.

(1) (i) $\tan(270^\circ - \theta) = \tan(90^\circ \times 3 - \theta)$에서

3은 홀수 ➡ $\tan \rightarrow \frac{1}{\tan}$

$270^\circ - \theta$는 3사분면의 각 ➡ cot의 부호는 $+$

$\therefore \frac{1}{\tan(270^\circ - \theta)} = \tan\theta$

(ii) $\cos(180^\circ - \theta) = \cos(90^\circ \times 2 - \theta)$에서

2는 짝수 ➡ $\cos \rightarrow \cos$

$180^\circ - \theta$는 제2사분면의 각 ➡ cos의 부호는 $-$

$\therefore \cos(180^\circ - \theta) = -\cos\theta$

(iii) $\cos(-\theta)$에서

$-\theta$는 제4사분면의 각 ➡ cos의 부호는 $+$

$\therefore \cos(-\theta) = \cos\theta$

(iv) $\tan(180^\circ + \theta) = \tan(90^\circ \times 2 + \theta)$에서

2는 짝수 ➡ $\tan \rightarrow \tan$

$180^\circ + \theta$는 제3사분면의 각 ➡ tan의 부호는 $+$

$\therefore \tan(180^\circ + \theta) = \tan\theta$

따라서 (i)~(iv) 에 의하여

(준식)$= \tan\theta(-\cos\theta) + \cos\theta\tan\theta$

$= 0$

(2) (i) $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} \times 1 + \theta\right)$에서

1은 홀수 ➡ $\sin \rightarrow \cos$

$\frac{\pi}{2} + \theta$는 제2사분면의 각 ➡ sin의 부호는 $+$

$\therefore \sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \cos\theta$

(ii) $\tan(\pi + \theta) = \tan\left(\frac{\pi}{2} \times 2 + \theta\right)$에서

2는 짝수 ➡ $\tan \rightarrow \tan$

$\pi + \theta$는 제3사분면의 각 ➡ tan의 부호는 $+$

$\therefore \tan(\pi + \theta) = \tan\theta$

(iii) $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} \times 1 + \theta\right)$에서

1은 홀수 ➡ $\cos \rightarrow \sin$

$\frac{\pi}{2} + \theta$는 제2사분면의 각 ➡ cos의 부호는 $-$

$\therefore \cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=-\sin\theta$

(iv) $\dfrac{1}{\sin\left(\frac{\pi}{2}\times1-\theta\right)}$ 에서

1은 홀수 ➡ $\sin\to\cos$

$\frac{\pi}{2}-\theta$는 제1사분면의 각 ➡ sin 의 부호는 +

$\therefore \dfrac{1}{\sin\left(\frac{\pi}{2}\times1-\theta\right)}=\dfrac{1}{\cos\theta}$

따라서 (i)~(iv)에 의하여

(준식)$=\cos\theta-\tan\theta(-\sin\theta)-\dfrac{1}{\cos\theta}$

$=\cos\theta+\dfrac{\sin^2\theta}{\cos\theta}-\dfrac{1}{\cos\theta}$

$=\cos\theta+\dfrac{\sin^2\theta-1}{\cos\theta}$

$=\cos\theta+\dfrac{-\cos^2\theta}{\cos\theta}$ ◀ $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$

$=0$

(3) (i) $\cos(\pi+\theta)=\cos\left(\frac{\pi}{2}\times2+\theta\right)$

2는 짝수 ➡ $\cos\to\cos$

$\pi+\theta$는 제3사분면의 각 ➡ cos 의 부호는 −

$\therefore \cos(\pi+\theta)=-\cos\theta$

(ii) $\sin\left(\frac{3}{2}\pi+\theta\right)=\sin\left(\frac{\pi}{2}\times3+\theta\right)$

3은 홀수 ➡ $\sin\to\cos$

$\frac{3}{2}\pi+\theta$는 제4사분면의 각 ➡ sin 의 부호는 −

$\therefore \sin\left(\frac{3}{2}\pi+\theta\right)=-\cos\theta$

(iii) $\cos(\pi-\theta)=\cos\left(\frac{\pi}{2}\times2-\theta\right)$

2는 짝수 ➡ $\cos\to\cos$

$\pi-\theta$는 제2사분면의 각 ➡ cos 의 부호는 −

$\therefore \cos(\pi-\theta)=-\cos\theta$

(iv) $\sin(\pi+\theta)=\sin\left(\frac{\pi}{2}\times2+\theta\right)$

2는 짝수 ➡ $\sin\to\sin$

$\pi+\theta$는 제3사분면의 각 ➡ sin 의 부호는 −

$\therefore \sin(\pi+\theta)=-\sin\theta$

(v) $\tan(\pi-\theta)=\tan\left(\frac{\pi}{2}\times2-\theta\right)$

2는 짝수 ➡ $\tan\to\tan$

$\pi-\theta$는 제2사분면의 각 ➡ tan 의 부호는 −

$\therefore \tan(\pi-\theta)=-\tan\theta$

(vi) $\cos\left(\frac{3}{2}\pi+\theta\right)=\cos\left(\frac{\pi}{2}\times3+\theta\right)$

3은 홀수 ➡ $\cos\to\sin$

$\frac{3}{2}\pi+\theta$는 제4분면의 각 ➡ cos 의 부호는 −

$\therefore \cos\left(\frac{3}{2}\pi+\theta\right)=\sin\theta$

따라서 (i)~(vi)에 의하여

(준식)$=\frac{-\cos\theta}{-\cos\theta(-\cos\theta)^2}+\frac{-\sin\theta(-\tan\theta)^2}{\sin\theta}$

$=\frac{-\cos\theta}{-\cos\theta\cos^2\theta}+\frac{-\sin\theta\tan^2\theta}{\sin\theta}$

$=\frac{1}{\cos^2\theta}-\tan^2\theta$

$\tan^2\theta+1=\frac{1}{\cos^2\theta}$ 이므로

$=\tan^2\theta+1-\tan^2\theta$

$=1$

46) 정답 0

$\sin(4\pi-\theta)+\cos\left(\frac{3}{2}\pi+\theta\right)$

$-\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)-\cos(\theta-\pi)$

$=-\sin\theta+\sin\theta-\cos\theta+\cos\theta=0$

47) 정답 $\frac{91}{2}$

$\cos(90-\theta)=\sin\theta$ 임을 이용하여

$\cos0^\circ, \cos1^\circ, \cos2^\circ, \cdots, \cos44^\circ$ 를 변형하면

$\cos0^\circ=\cos(90^\circ-90^\circ)=\sin90^\circ$

$\cos1^\circ=\cos(90^\circ-89^\circ)=\sin89^\circ$

$\cos2^\circ=\cos(90^\circ-88^\circ)=\sin88^\circ$

$\vdots$

$\cos44^\circ=\cos(90-46^\circ)=\sin46^\circ$

이를 주어진 식에 대입하면

$\cos^2 0^\circ+\cos^2 1^\circ+\cos^2 2^\circ+\cdots+\cos^2 89^\circ+\cos^2 90^\circ$

$=\sin^2 90+\sin^2 89+\sin^2 88+\cdots+\cos^2 89+\cos^2 90$

$=(\sin^2 90+\cos^2 90)+(\sin^2 89^\circ+\cos^2 89)+\cdots$

$+(\sin^2 46+\cos^2 46)+\cos^2 45^\circ$

$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ 이므로

$=1+1+\cdots+1+\frac{1}{2}=45\times1+\frac{1}{2}=\frac{91}{2}$

48) (1) $\frac{45}{2}$ (2) 1

(1) $\sin(90^\circ-\theta)=\cos\theta$임을 이용하여 $\sin1^\circ, \sin3^\circ,$

$\sin5^\circ, \cdots, \sin43^\circ$ 를 변형하면

$\sin1^\circ=\sin(90^\circ-89^\circ)=\cos89^\circ$

$\sin3^\circ=\sin(90^\circ-87^\circ)=\cos87^\circ$

$\sin5^\circ=\sin(90^\circ-85^\circ)=\cos85^\circ$

$\vdots$

$\sin43^\circ=\sin(90^\circ-47^\circ)=\cos43^\circ$

$\therefore \sin^2 1^\circ+\sin^2 3^\circ+\sin^2 5^\circ+\cdots+\sin^2 87^\circ+\sin^2 89^\circ$

$=\cos^2 89^\circ+\cos^2 87^\circ+\cos^2 85^\circ+\cdots+\sin^2 87^\circ+\sin^2 89^\circ$ $=(\cos^2 89^\circ+\sin^2 89^\circ)+(\cos^2 87^\circ+\sin^2 87^\circ)$

$+\cdots+(\cos^2 43^\circ+\sin^2 43^\circ)+\sin^2 45^\circ$ $=\underbrace{1+1+\cdots+1}_{22\text{개}}+\dfrac{1}{2}=22\times 1+\dfrac{1}{2}=\dfrac{45}{2}$

(2) $\tan(90^\circ-\theta)=\dfrac{1}{\tan\theta}$ 임을 이용하여 $\tan 1^\circ$, $\tan 2^\circ$,

$\tan 3^\circ$, $\cdots$, $\tan 44^\circ$ 를 변형하면

$\tan 1^\circ=\tan(90^\circ-89^\circ)=\dfrac{1}{\tan 89^\circ}$

$\tan 2^\circ=\tan(90^\circ-88^\circ)=\dfrac{1}{\tan 88^\circ}$

$\tan 3^\circ=\tan(90^\circ-87^\circ)=\dfrac{1}{\tan 87^\circ}$

$\vdots$

$\tan 44^\circ=\tan(90^\circ-46^\circ)=\dfrac{1}{\tan 46^\circ}$

$\therefore \tan 1^\circ\times\tan 2^\circ\times\tan 3^\circ\times\cdots\times\tan 88^\circ\times\tan 89^\circ$

$=\dfrac{1}{\tan 89^\circ}\times\dfrac{1}{\tan 88^\circ}\times\dfrac{1}{\tan 87^\circ}\times\cdots\times\tan 88^\circ\times\tan 89^\circ$

$=\left(\dfrac{1}{\tan 89^\circ}\times\tan 89^\circ\right)\times\left(\dfrac{1}{\tan 88^\circ}\times\tan 88^\circ\right)$

$\cdots\times\left(\dfrac{1}{\tan 46^\circ}\times\tan 46^\circ\right)\times\tan 45^\circ$

$=1\times 1\times\cdots\times 1=1$